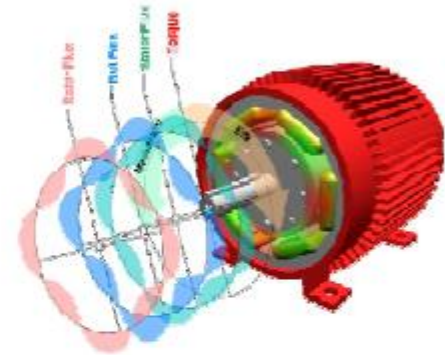


Eletrotécnica

Módulo III

Parte II - Máquina de Indução



Máquina de Indução ou Máquina Assíncrona

- Tipo de máquina elétrica rotativa mais utilizado
- Tipo de máquina com construção mais robusta (rotor em gaiola – squirrel cage)
- Operação com correntes alternadas no estator e no rotor
- Pode operar como motor ou gerador
- Porque máquina de indução?

Correntes de rotor são, normalmente, induzidas pelo campo do estator

Máquina de Indução ou Máquina Assíncrona

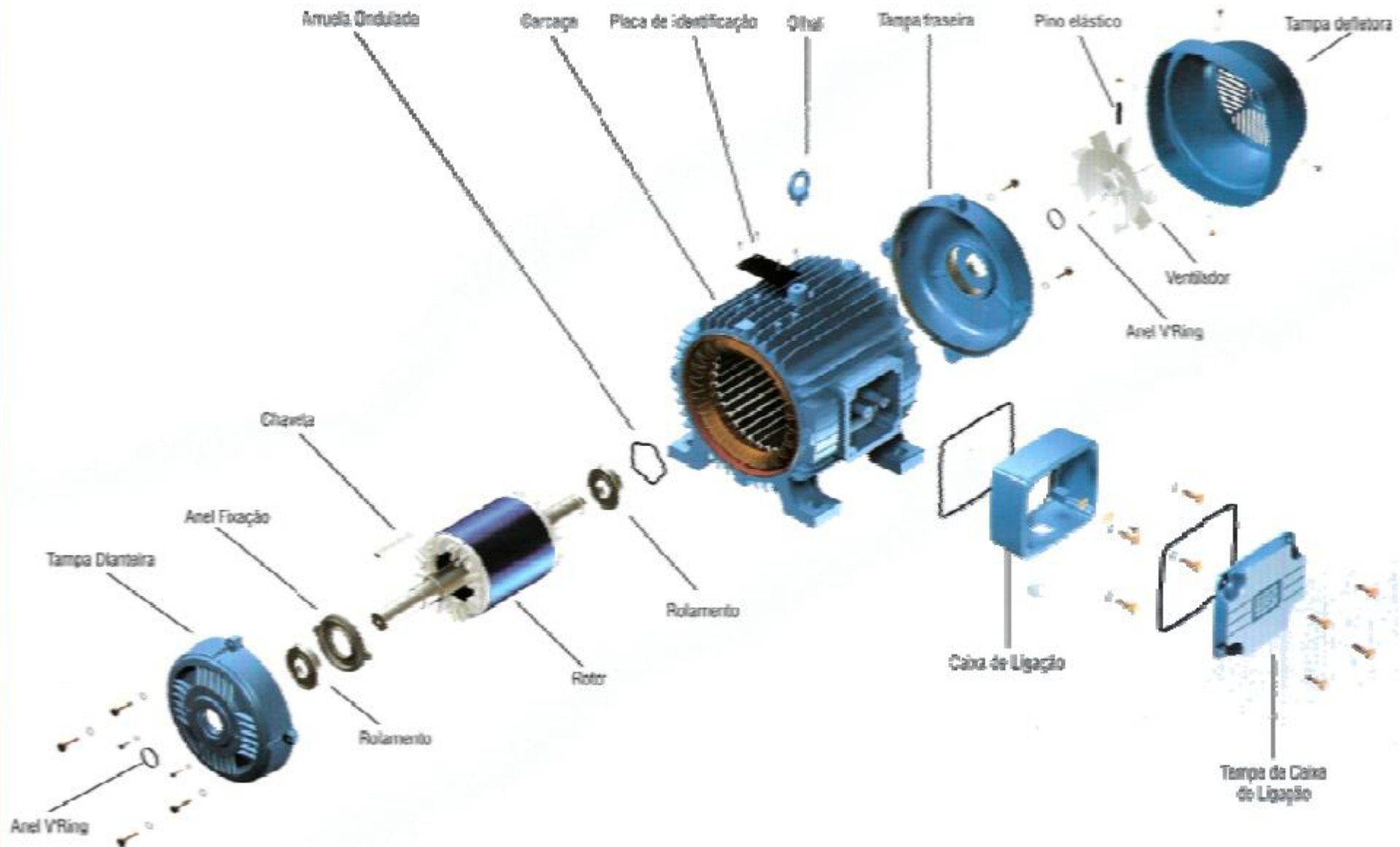
- Porque máquina assíncrona?

Porque a frequência mecânica é diferente da frequência elétrica de entrada

- Tipos principais:

- Máquina trifásica com rotor em gaiola
- Máquina trifásica com rotor bobinado
- Máquina monofásica com rotor em gaiola (pequenos motores - eletrodomésticos)
- Máquina de indução linear (usada em sistemas de transporte)

Máquina de Indução – Rotor em Gaiola



Máquina de Indução – Rotor em Gaiola

Estator :

(1) Carcaça: encapsulamento e suporte do conjunto; de construção robusta em ferro fundido, aço ou alumínio injetado, resistente à corrosão e com aletas.

(2) Núcleo de chapas de aço magnético

Rotor :

(3) Núcleo de aço magnético

(7) Eixo: transmite a potência mecânica desenvolvida

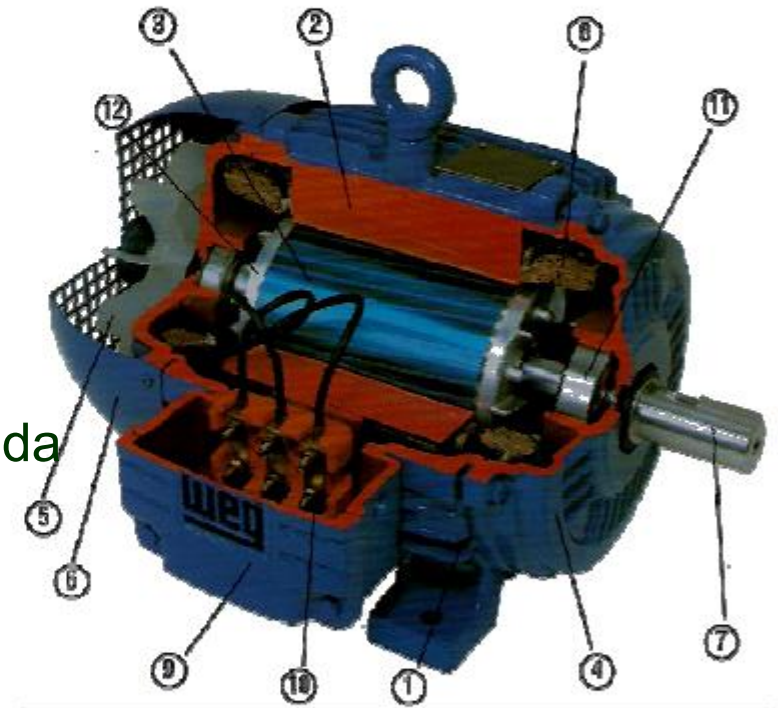
(12) Barras e anéis de curto-circuito

Outras partes:

(4) tampa; (5) ventilador; (6) tampa defletora;

(9) caixa de ligação; (10) terminais ou bornes;

(11) rolamento



Máquina de Indução – Rotor Bobinado (Wound Rotor)



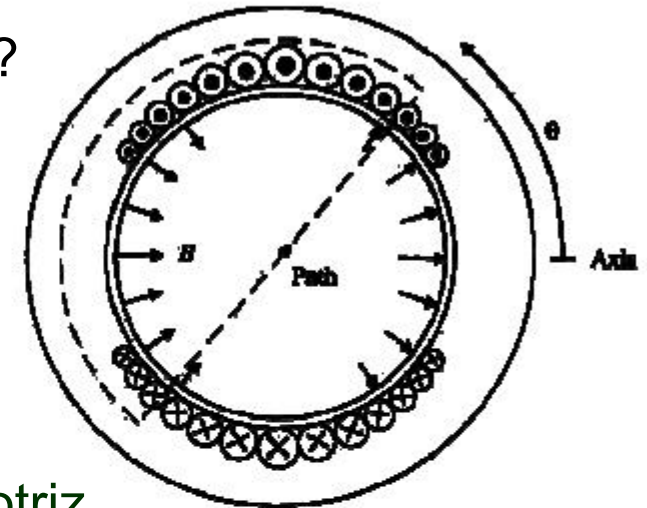
Características :

- (1) – Construção mais complexa
- (2) – Necessidade de anéis coletores e conjunto de escovas
- (3) – Permite controle de conjugado/velocidade através de resistores externos
- (4) – Ainda bastante utilizado em aplicações que requerem velocidade variável
- (5) – Estão sendo gradativamente substituídos pelos acionamentos com inversores de frequência

Enrolamento Senoidalmente Distribuído

Porque os enrolamentos são distribuídos senoidalmente?

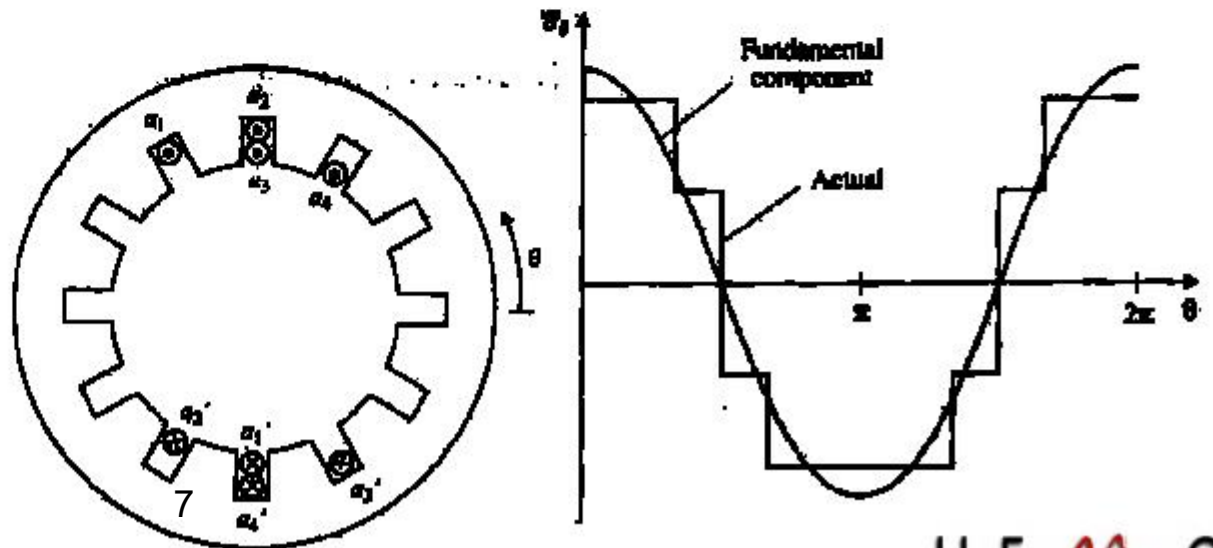
- Para se produzir uma força magnetomotriz resultante com amplitude constante ao longo do entreferro
- Para se reduzir a existência de conjugados pulsantes



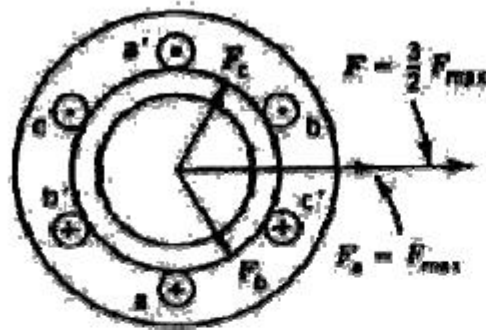
Se “caminharmos” ao longo do entreferro da máquina na direção de θ crescente, “veremos” uma força magnetomotriz com forma de onda cossenoidal, conforme mostrado:

$$y_{\theta} = \int_{\theta-\pi}^{\theta+\pi} \frac{N_s}{2} i d\theta = N_s i \cos \theta$$

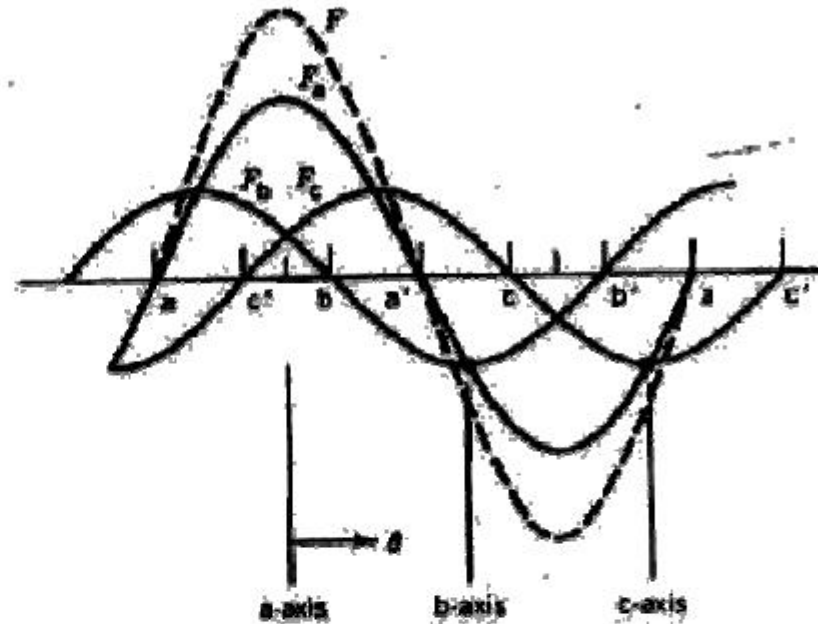
Para uma máquina com 12 slots, tem-se:



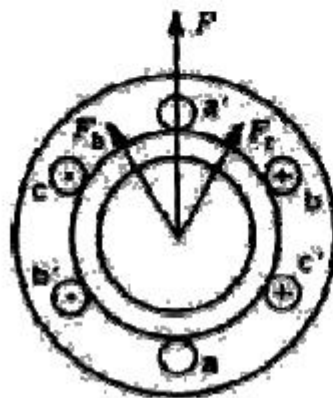
Campo Magnético Girante



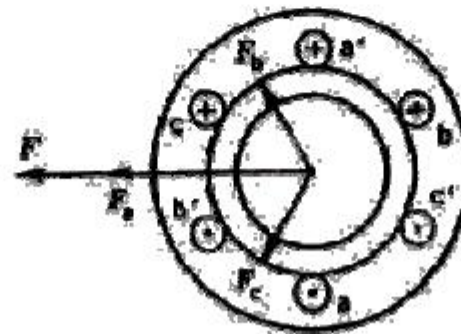
(a) $t = t_0 = t_4$



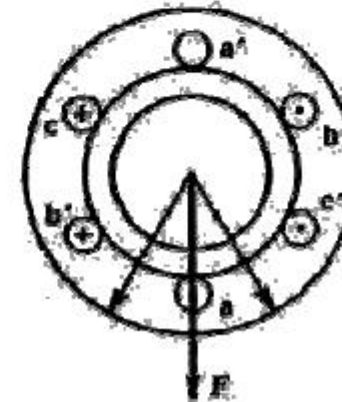
(b) at $t = t_0$



(c) $t = t_1$

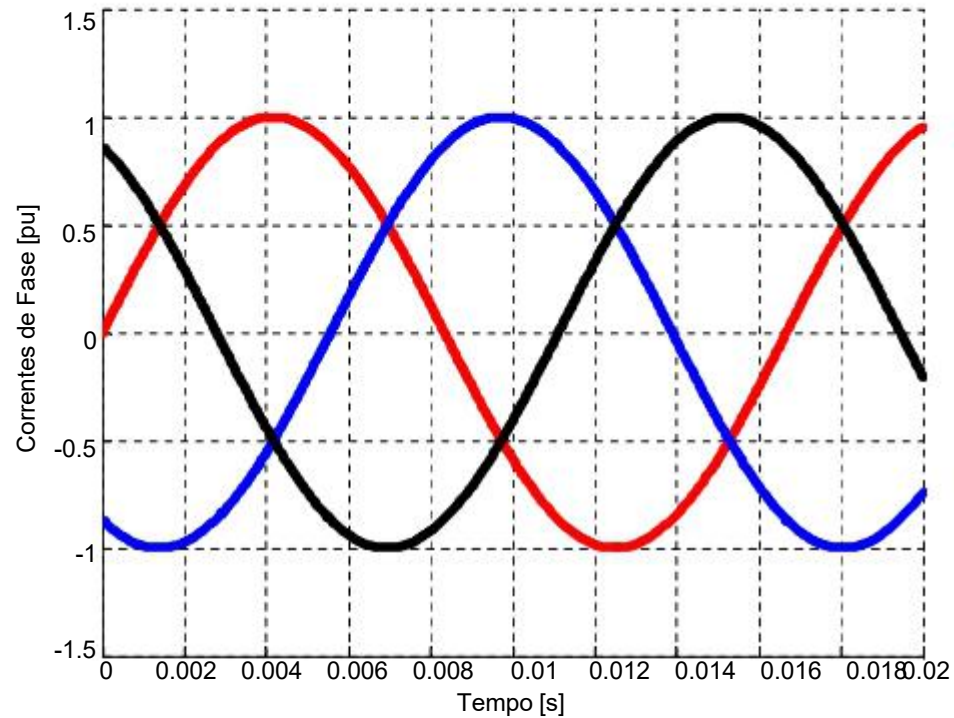


(d) $t = t_2$

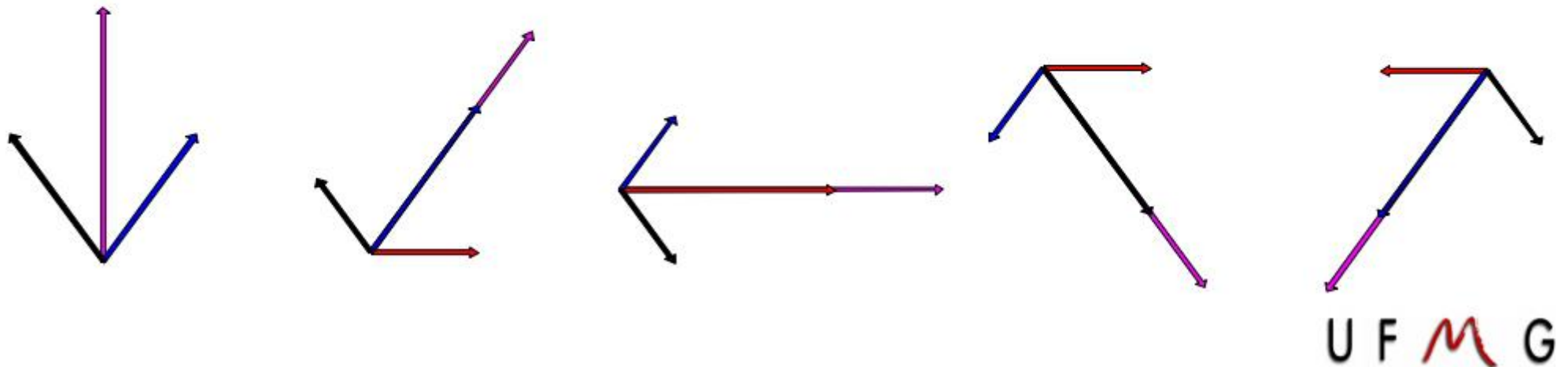
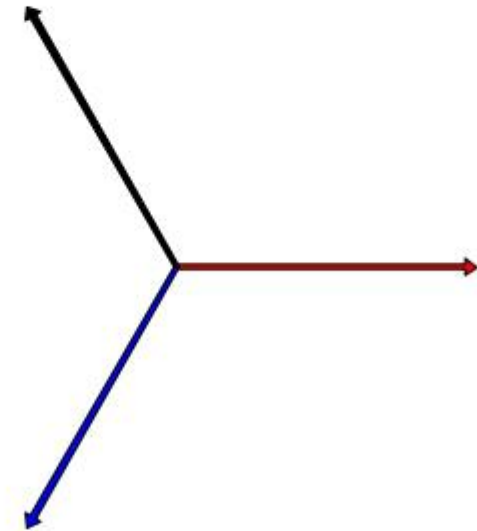


(e) $t = t_3$

Campo Magnético Girante



Eixos Magnéticos das Fases



Campo Magnético Girante

Considere uma máquina de 2 pólos e com enrolamentos trifásicos no estator, deslocados 120° entre si.

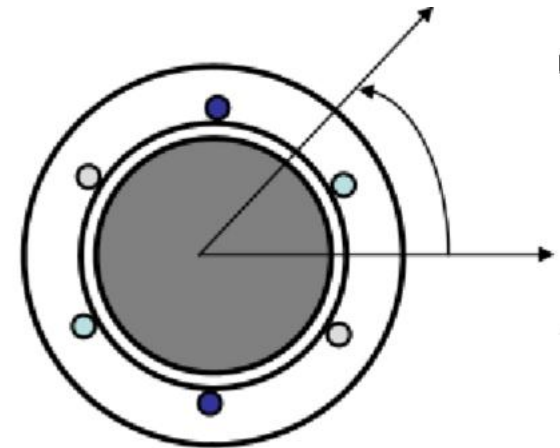
Pode-se obter uma expressão para a força magnetomotriz em função do tempo, levando-se em consideração a contribuição de cada uma das fases, ou seja:

$$F(\theta) = F_a(\theta) + F_b(\theta) + F_c(\theta)$$

$$F_a(\theta) = N i_a \cos(\theta)$$

$$F_b(\theta) = N i_b \cos(\theta - 120)$$

$$F_c(\theta) = N i_c \cos(\theta + 120)$$



As correntes i_a , i_b e i_c são grandezas senoidais variáveis no tempo e podem

ser expressas por:

$$i_a(t) = I_m \cos(\omega t)$$

$$i_b(t) = I_m \cos(\omega t - 120)$$

$$i_c(t) = I_m \cos(\omega t + 120)$$

Desta forma, a força magnetomotriz no entreferro pode ser escrita como:

$$F(t, \theta) = NI_m \left[\cos \omega t \cos \theta + \cos(\omega t - 120) \cos(\theta - 120^\circ) \right]$$

Campo Magnético Girante

Usando a identidade trigonométrica $\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2} \cos(A-B) + \frac{1}{2} \cos(A+B)$, tem-se:

$$\frac{3}{2}$$

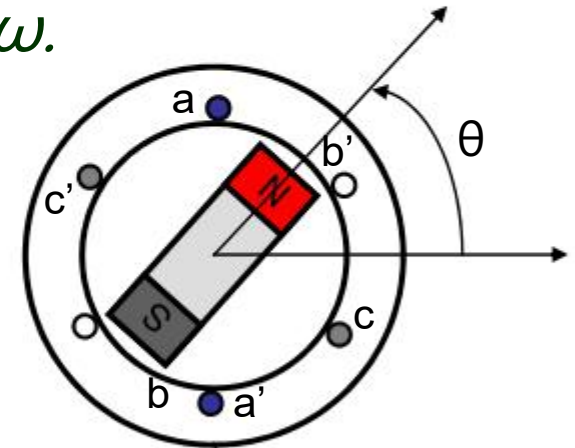
Esta equação representa uma fmm distribuída senoidalmente no entreferro.

No instante de tempo t_1 , o pico desta forma de onda está no ângulo $\theta_1 = \omega t_1$

Em um instante posterior, t_2 , o pico está no ângulo $\theta_2 = \omega t_2$, ou seja, a onda de fmm se move no entreferro com uma frequência igual a ω .

Para uma máquina com um número de pólos p , a velocidade em rpm é dada por:

$$n = \frac{2}{p} f \cdot 60$$



Tensão Induzida

Considerando distribuição co-senoidal para a densidade de fluxo magnético no entreferro, expressa por $B(\theta) = B_{\text{máx}} \cos \theta$, podem-se obter, para as tensões induzidas em cada um dos enrolamentos, as seguintes

expressões: $e_a(t) = \omega N \varphi_p \sin \omega t$

$$e_b(t) = \omega N \varphi_p \sin(\omega t - 120^\circ) \quad e_c(t) = \omega N \varphi_p \sin(\omega t + 120^\circ)$$

U F M G

Campo Magnético Girante

Usando a identidade trigonométrica $\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos(A-B) + \frac{1}{2} \cos(A+B)$, tem-se:

3

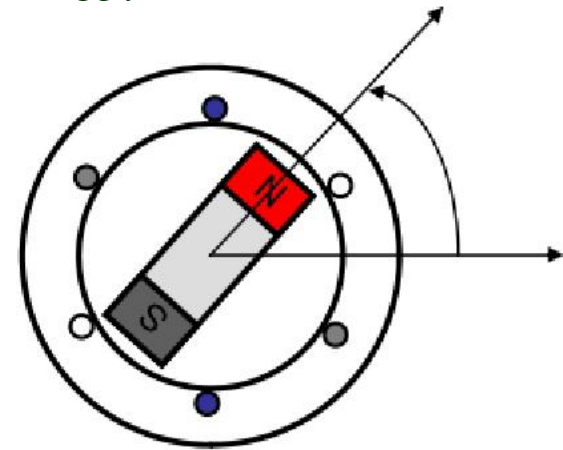
2

Esta equação representa uma fmm distribuída senoidalmente no entreferro.

Em um instante posterior, t_2 , o pico está no ângulo $\theta_2 = \omega t_2$, ou seja, a onda de fmm se move no entreferro com uma frequência igual a ω .

Para uma máquina com um número de pólos p , a velocidade em rpm é dada por:

$$n = \frac{2}{p} f 60$$



Tensão Induzida

b

Considerando distribuição co-senoidal para a densidade de fluxo magnético no entreferro, expressa por $B(\theta) = B_{\text{máx}} \cos \theta$, podem-se obter, para as tensões induzidas em cada um dos enrolamentos, as seguintes

expressões:

$$e_a(t) = \omega N \varphi_p \sin \omega t$$

$$e_b(t) = \omega N \varphi_p \sin(\omega t - 120)$$

$$e_c(t) = \omega N \varphi_p \sin(\omega t + 120)$$

Máquina de Indução – Enrolamentos de Rotor Abertos

O campo magnético girante criado pelas correntes de estator induz tensões nos enrolamentos de estator e de rotor, cujas magnitudes são:

$$E_s = 4,44 \varphi_p N_s f_s K_{ws}$$

$$E_r = 4,44 \varphi_p N_r f_r K_{wr}$$

O fator de enrolamento (K_w) se deve à distribuição do enrolamento ao longo do entreferro para melhorar a forma de onda de fluxo e aproveitar melhor o aço e o cobre
 $0,85 < K_w < 0,95$.

$$\frac{E_s}{E_r} = \frac{N_s K_{ws}}{N_r K_{wr}} \quad K_{ws} \cong K_{wr} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{E_s}{E_r} = \frac{N_s}{N_r}}$$

Máquina de Indução Enrolamentos de Rotor Curto-Circuitados

As tensões induzidas no rotor fazem circular correntes que interagem com o fluxo de entreferro, levando à produção de conjugado (torque). O rotor irá girar a uma frequência (n) diferente da frequência das correntes de estator (n_s).

Se $n = n_s$, não há correntes induzidas no rotor e não há conjugado.

Máquina de Indução

Enrolamentos de Rotor Curto-Circuitados

A diferença entre a velocidade do rotor (n) e a velocidade síncrona (n_s) é chamada de escorregamento (s), usualmente expresso em relação à n_s :

$$s = \frac{n_s - n}{n_s}$$

A frequência das tensões e correntes induzidas no rotor (f_r) será: $f_r = sf_s$

A tensão induzida no rotor na frequência do escorregamento será:

$$E_{rs} = 4,44 \varphi_p N_r f_r K_{wr} = 4,44 \varphi_p N_r sf_s K_{wr} = sE_r$$

E_{rs} – tensão induzida com enrolamento de rotor curto-circuitado

E_r – tensão induzida com enrolamento de rotor aberto

As correntes de rotor também produzem um campo magnético girante. A frequência

deste campo, com relação ao rotor, é: $n_r = sn_s$

Como o rotor gira à velocidade n , este campo gira no entreferro com frequência:

$$n + sn_s = (1 - s)n_s + sn_s = n_s$$

Os campos girantes de estator e de rotor são estacionários entre si!

Modos de Operação da Máquina de Indução (Corrente Alternada)

Motor

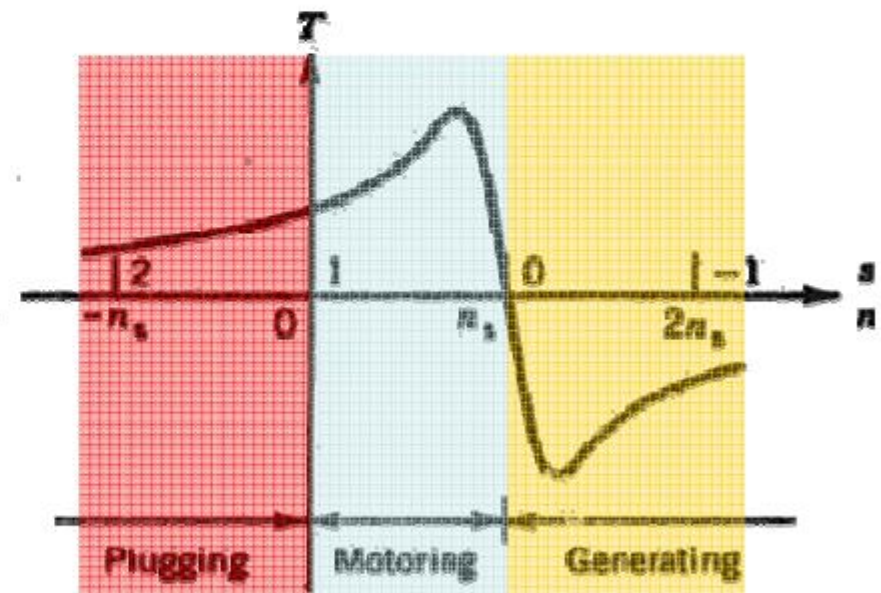
- O rotor gira no mesmo sentido do campo girante de estator, mas com velocidade menor que a velocidade síncrona
- Operação “convencional” da máquina de indução

Gerador

- O rotor gira no mesmo sentido do campo girante de estator, mas com velocidade maior que a velocidade síncrona
- Gerador de indução, frenagem regenerativa

Frenagem Dinâmica

- O rotor gira no sentido oposto ao campo girante de estator (fases invertidas)
- Frenagem por contra corrente



Circuito Equivalente – Regime Permanente Senoidal

Conforme visto anteriormente, as tensões induzidas nos circuitos de estator e de rotor da máquina de indução podem ser dadas por:

$$E_s = 4,44 \varphi_p N_s f_s K_{ws}$$

$$E_r = 4,44 \varphi_p N_r f_r K_{wr}$$

O fator de enrolamento (K_w) se deve à distribuição do enrolamento ao longo do entreferro para melhorar a forma de onda de fluxo e aproveitar melhor o aço e o cobre
 $0,85 < K_w < 0,95$.

$$\frac{E_s}{E_r} = \frac{N_s K_{ws}}{N_r K_{wr}} \quad K_{ws} \cong K_{wr} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\frac{E_s}{E_r} = \frac{N_s}{N_r}}$$

Do ponto de vista de tensões induzidas, a máquina de indução se comporta como um transformador.

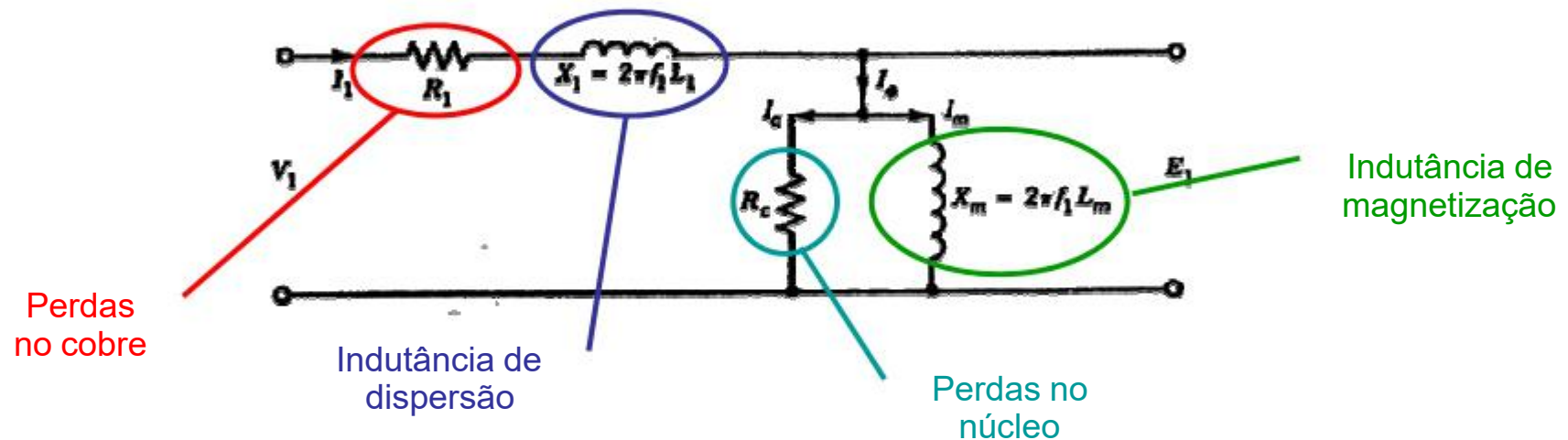
É de se imaginar que o circuito equivalente para a máquina de indução será semelhante ao de um transformador, levando-se em conta a produção de conjugado e a frequência de escorregamento.

Circuito Equivalente – Regime Permanente Senoidal

Todos os parâmetros são expressos por fase

Para máquinas com enrolamentos em Δ , os parâmetros se referem ao Y equivalente

O circuito trifásico de estator se comporta como o primário de um transformador, sendo o circuito equivalente mostrado abaixo:



Qual a diferença deste circuito comparado com o circuito de um transformador?

- Ordem de grandeza dos parâmetros ➡ Devido à presença do entreferro:
 - As correntes de magnetização de motores são maiores que de transformadores
 - Transformadores: I_m varia de 2 a 5% da corrente nominal
 - Motores: I_m varia de 25 a 40% da corrente nominal
- A indutância de dispersão é maior nos motores

Circuito Equivalente do Rotor

Considerando o rotor como um circuito trifásico equivalente com os terminais em curto-circuito:

$$I_2 = \frac{sE_2}{R_2 + jsX_2} \quad (1)$$

E_2 – tensão induzida no rotor (em repouso)

I_2 – corrente de rotor

R_2 – resistência do circuito do rotor

X_2 – reatância do rotor na frequência do estator

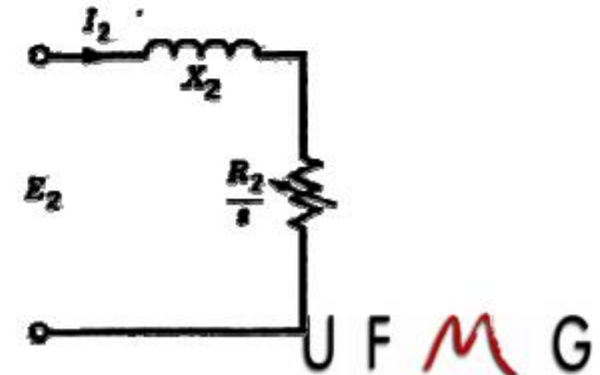
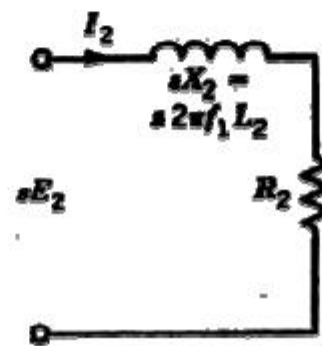
A potência de perdas por fase no circuito de rotor será: $P_2 = R_2 I_2^2$

A equação para a corrente do rotor pode ser escrita como:

$$I_2 = \frac{E_2}{R_2/s + jX_2} \quad (2)$$

Comparando (1) e (2):

- Em ambas as equações, I_2 é a corrente de rotor
- A fase e a amplitude são as mesmas (a grandeza fasorial é a mesma)
- Em (1), I_2 está na frequência de rotor
- Em (2), I_2 está na frequência de estator



Circuito Elétrico Equivalente

A potência por fase do circuito de rotor é, agora: $P_2 = \frac{R_2}{s} I_2^2$

Esta é a potência no rotor, vista a partir do estator, ou seja, está incluída a potência mecânica no eixo da máquina!

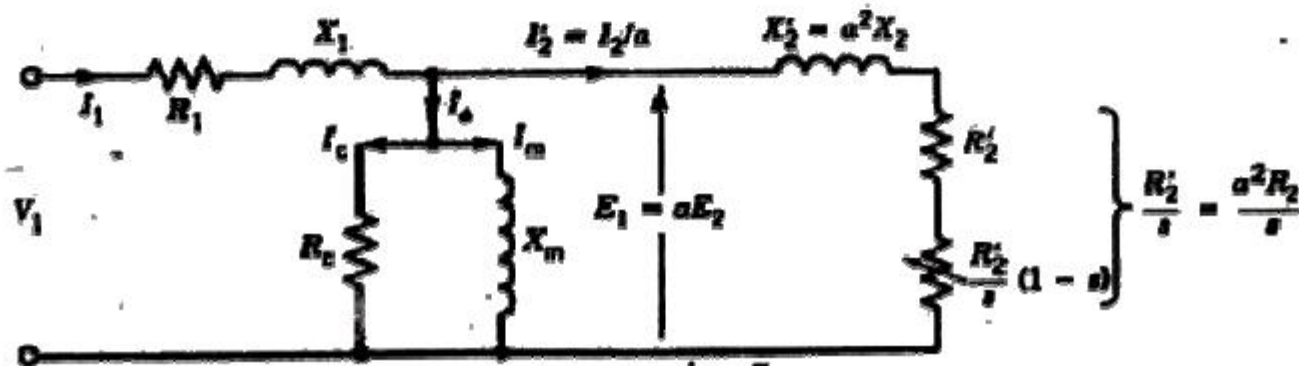
Podemos separar a potência de perdas da potência mecânica, escrevendo a equação da seguinte forma:

$$P_2 = \frac{R_2}{s} I_2^2 = I_2^2 \left(R_2 + \frac{R_2}{s} (1-s) \right)$$

Resistência real do rotor

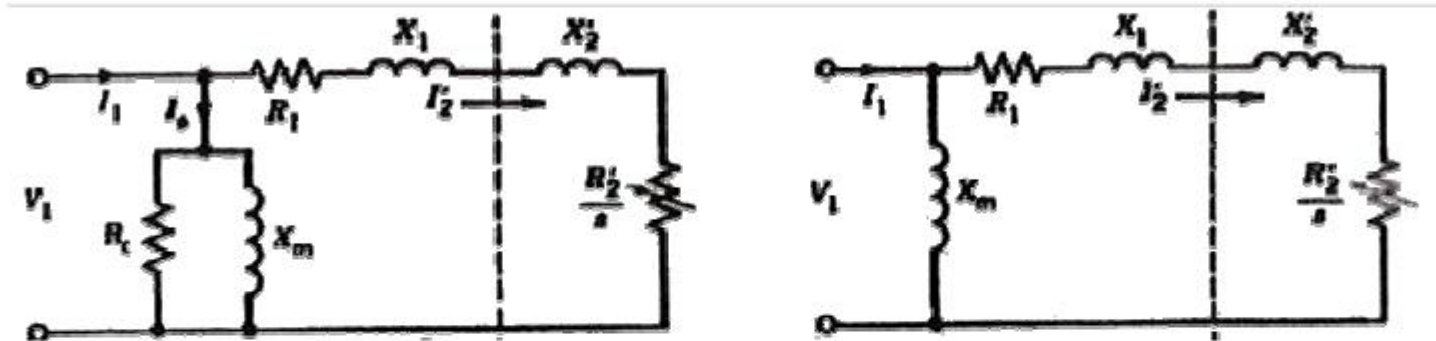
Resistência equivalente da carga mecânica

Se considerarmos a relação de transformação (analogamente ao caso dos transformadores), podemos conectar os circuitos de rotor e de estator com as grandezas de rotor referidas ao estator.



Circuito Equivalente Aproximado

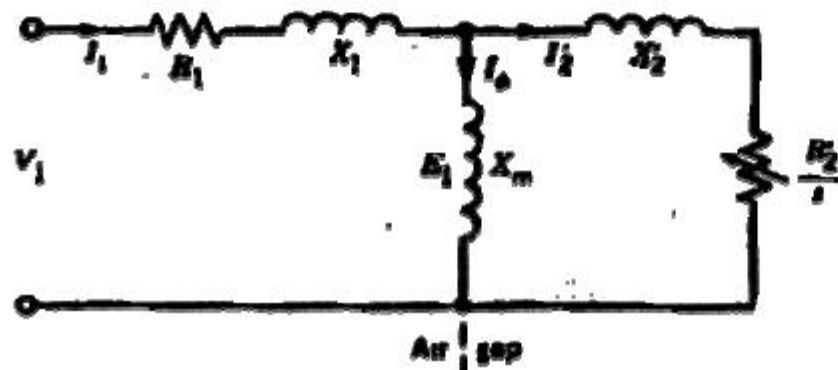
Em várias situações (por exemplo, cálculo de desempenho), o circuito elétrico equivalente da máquina de indução pode ser representado por:



Simplificações:

- Queda de tensão em R_1 e X_1 é muito pequena $\rightarrow E_1 \approx V_1$
- Perdas no núcleo são muito pequenas

Circuito elétrico equivalente aproximado recomendado pelo IEEE:



Obtenção dos Parâmetros para o Circuito Equivalente

Ensaio a vazio → parâmetros do circuito de estator e de magnetização

Ensaio a rotor bloqueado → parâmetros do circuito de rotor (referido ao estator)

Obs: idealmente, no ensaio a rotor bloqueado, a frequência da alimentação deve ser próxima da frequência de escorregamento para carga nominal!

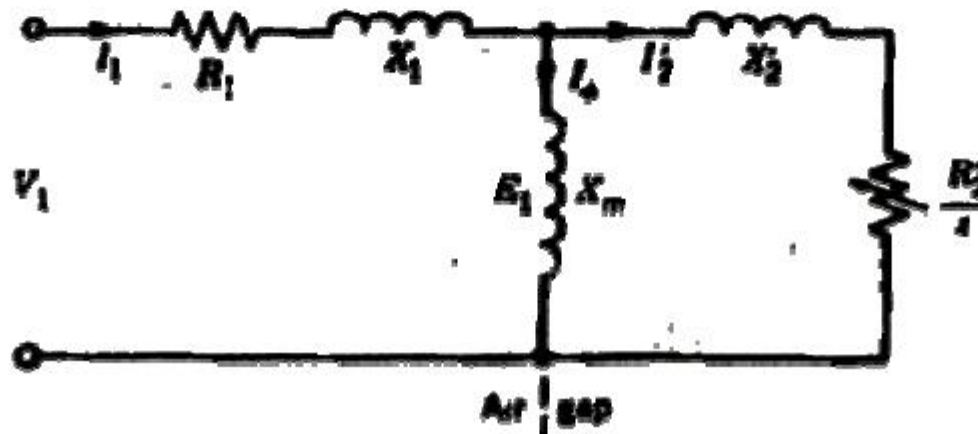
Exemplo:

Considere os resultados dos ensaios de uma máquina de indução trifásica, 60hp, 2200V, 60Hz, 6 pólos:

Ensaio a vazio: 2200V, 60Hz, 4.5A, 1600W

Rotor bloqueado: 15Hz, 270V, 25A, 9000W

Determine os parâmetros para o circuito equivalente recomendado pelo IEEE



Obtenção dos Parâmetros para o Circuito Equivalente Exemplo

No ensaio a vazio, considerando $X_m \ll (R_2/s + jX'_2) \rightarrow$ escorregamento muito baixo:

$$R_{NL} = \frac{P_{NL}}{3 I_{NL}^2} = \frac{1600}{3 \times 4,5^2} = 26,34 \, \Omega \quad Z_{NL} = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3} I_{NL}} = \frac{2200 \, V}{\sqrt{3} \times 4,5} = 282,27 \, \Omega$$

$$X_{NL} = X_1 + X_m = \sqrt{Z_{NL}^2 - R_{NL}^2} = 281,0 \, \Omega$$

No ensaio a rotor bloqueado, considerando $X_m \gg (R_2/s + jX'_2) \rightarrow$ escorregamento unitário

$$R_{BR} = \frac{P_{BR}}{3 I_{BR}^2} = \frac{9000}{3 \times 25^2} = 4,8 \, \Omega \quad R_2' = R_{BR} - R_1 = 4,8 - 2,8 = 2,0 \, \Omega$$

$$Z_{BR} = \frac{V}{\sqrt{3} I_{BR}} = \frac{270 \, V}{\sqrt{3} \times 25} = 6,24 \, \Omega \quad X_{BR} = X_1 + X_2' = \sqrt{Z_{BR}^2 - R_{BR}^2} = 3,98 \, \Omega \quad 15\text{Hz}$$

$$X_{BR}|_{60 \, \text{Hz}} = X_{BR} \times \frac{60}{15} = 15,92 \, \Omega \quad X_2' \approx X_1 \approx \frac{X_{BR}}{2} = 7,96 \, \Omega$$

Relações Típicas entre Reatâncias de Dispersão

Dependendo do tipo e classe do motor de indução, pode-se utilizar fatores diferentes para a relação entre a reatância de rotor bloqueado e as dispersões do estator e do rotor, conforme mostrado:

<u>Motor</u>	<u>Reactance Distribution</u>	
Squirrel-cage Class A	$X_{l1} = 0.5X_{BR}$	$X_{l2}' = 0.5X_{BR}$
Squirrel-cage Class B	$X_{l1} = 0.4X_{BR}$	$X_{l2}' = 0.6X_{BR}$
Squirrel-cage Class C	$X_{l1} = 0.3X_{BR}$	$X_{l2}' = 0.7X_{BR}$
Squirrel-cage Class D	$X_{l1} = 0.5X_{BR}$	$X_{l2}' = 0.5X_{BR}$
Wound rotor	$X_{l1} = 0.5X_{BR}$	$X_{l2}' = 0.5X_{BR}$

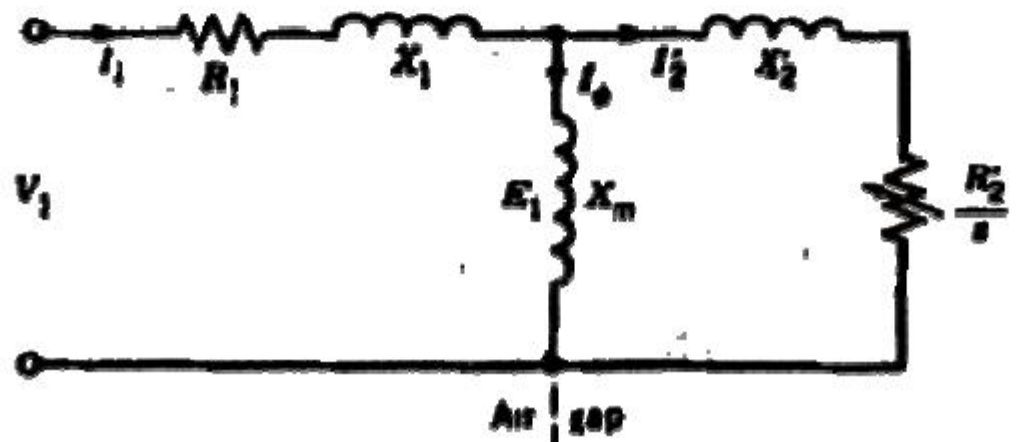
Máquina de Indução – Características de Performance

Quais são as características utilizadas para avaliação da performance de uma máquina de indução (em regime permanente)?

- Eficiência, fator de potência, corrente, conjugado de partida, conjugado máximo (pull-out torque), etc.

Como levantar estas características?

- Método difícil → desenvolver modelo para o circuito magnético, utilizar equações de Maxwell, etc.
- Método fácil → extrair informações do circuito elétrico equivalente.



Característica de Conjugado X Velocidade

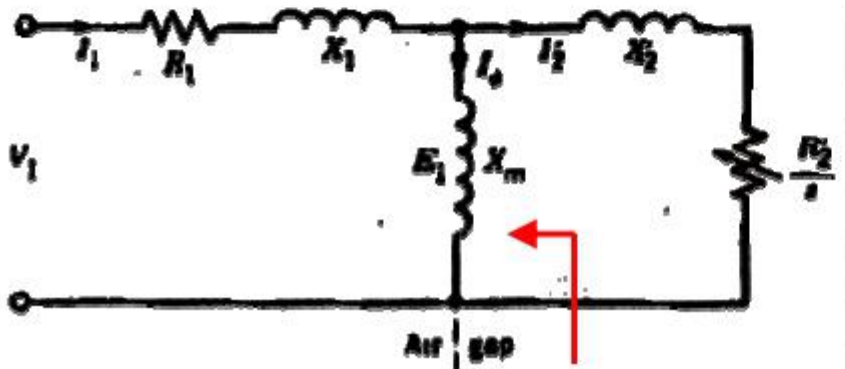
Conforme visto anteriormente, a potência mecânica por fase é dada por:

$$P_{\text{mec}} = T_{\text{mec}} \omega_{\text{mec}} = I_2^2 \frac{R_2}{s} (1 - s) \quad \omega_{\text{mec}} = \frac{2 \pi n}{60} = (1 - s) \omega_s$$

$$T_{\text{mec}} = \frac{1}{\omega_s} \frac{V_{\text{th}2}^2}{\left(R_{\text{th}} + \frac{R_2'}{s} \right)^2 + \left(X_{\text{th}} + X_2' \right)^2} \quad \text{Conjugado por fase!}$$

Quem são V_{th} , R_{th} e X_{th} ?

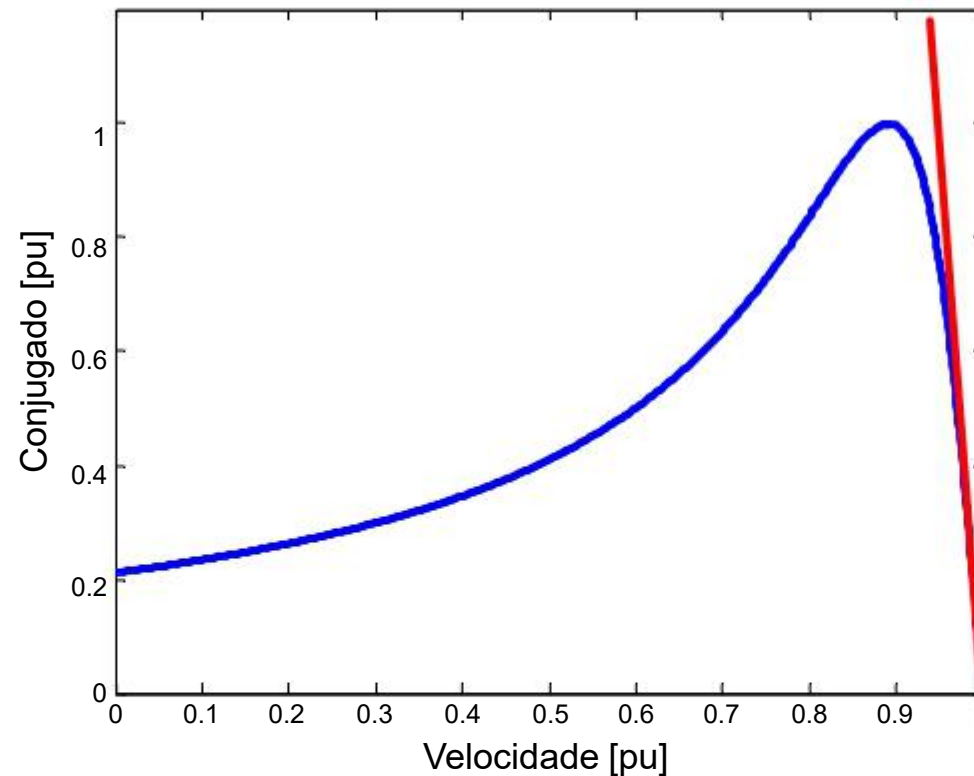
São os elementos equivalentes de Thèvenin para o estator da máquina de indução, visto pelo rotor.



$$Z_{\text{th}} = \frac{jX_m (R_1 + jX_1)}{R_1 + j(X_1 + X_m)} = R_{\text{th}} + jX_{\text{th}}$$

$$V_{\text{th}} = \frac{X_m}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_m)^2}} V_1$$

Característica de Conjugado X Velocidade



Para baixos valores de
escorregamento ($s \rightarrow 0$):

$$T_{\text{mec}} \approx \frac{1}{\omega_s} \frac{V_{\text{th}2}}{R_2'} s$$

Para altos valores de
escorregamento ($s \rightarrow 1$):

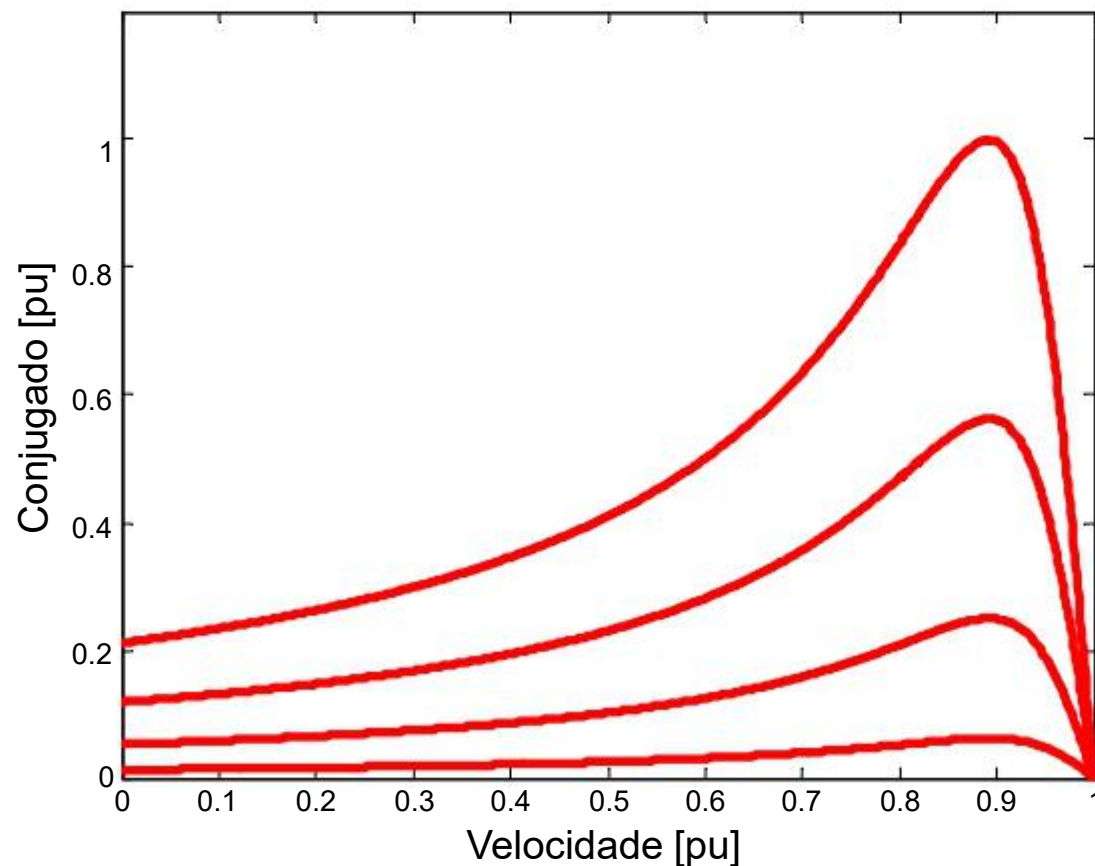
$$T_{\text{mec}} \approx \frac{1}{\omega_s} \frac{V_{\text{th}2}}{(X_{\text{th}} + X_2')^2} R_2' s$$

Característica de Conjugado X Velocidade

O conjugado varia com o quadrado da tensão

Possibilidade de controle de velocidade

Sensibilidade a distúrbios de alimentação



Característica de Conjugado X Velocidade

Qual é o ponto de conjugado máximo (pull-out torque)?

- Método I: $\frac{dT_{mec}}{ds} = 0$ - Método II $\rightarrow$ teorema da máxima transferência de potência

$$s_{\tau_{\max}} = \frac{R_2'}{\sqrt{R_{th2} + (X_{th} + X_2')^2}}$$

Qual é o conjugado máximo (pull-out torque)?

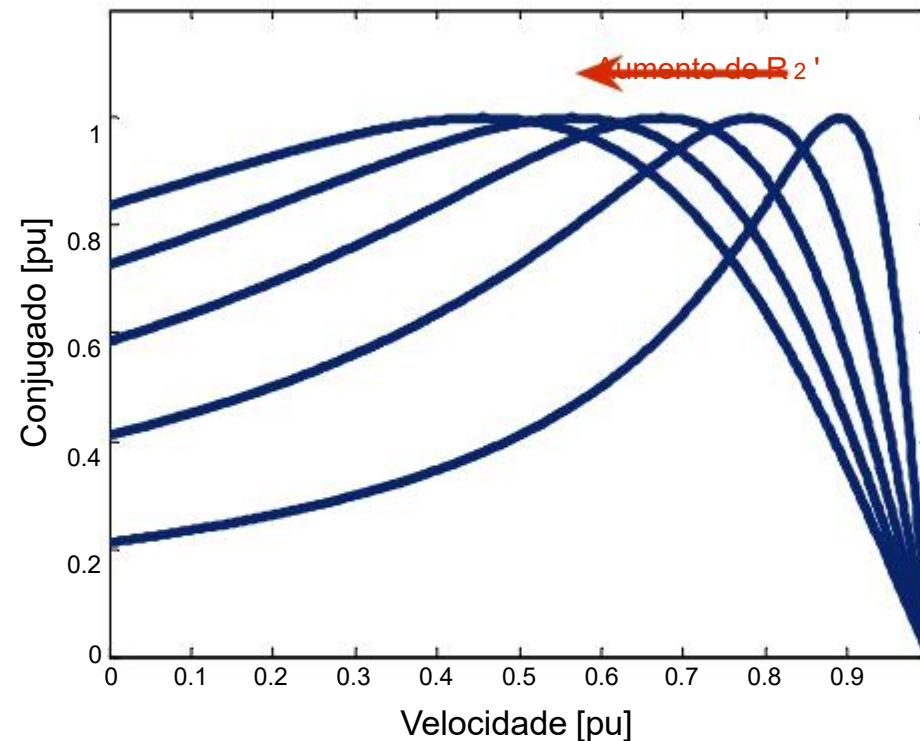
$$T_{\max} = \frac{1}{2 \omega_s} \frac{V_{th2}^2}{R_{th} \sqrt{R_{th2} + (X_{th} + X_2')^2}}$$

O conjugado máximo não depende da resistência de rotor!!!

O ponto de conjugado máximo depende da resistência de rotor!!!

Característica de Conjugado X Velocidade

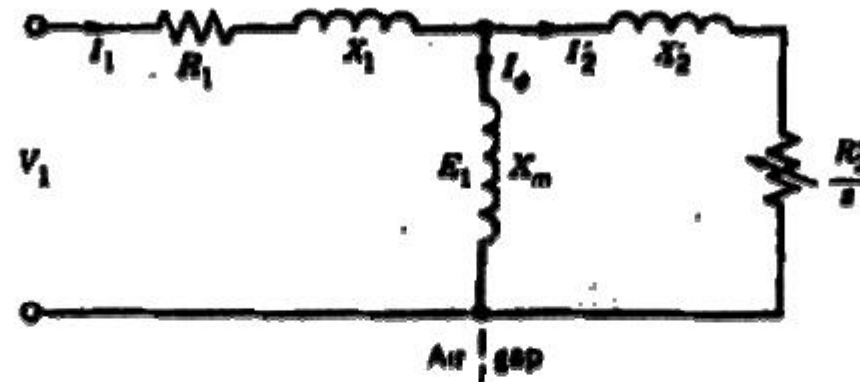
Conjugado X Velocidade em Função da Resistência de Rotor



Máquinas de rotor bobinado → possibilidade de controle de velocidade pela variação da resistência rotórica

Máquinas de rotor em gaiola → variação na construção da gaiola para diferentes características de conjugado x veloci

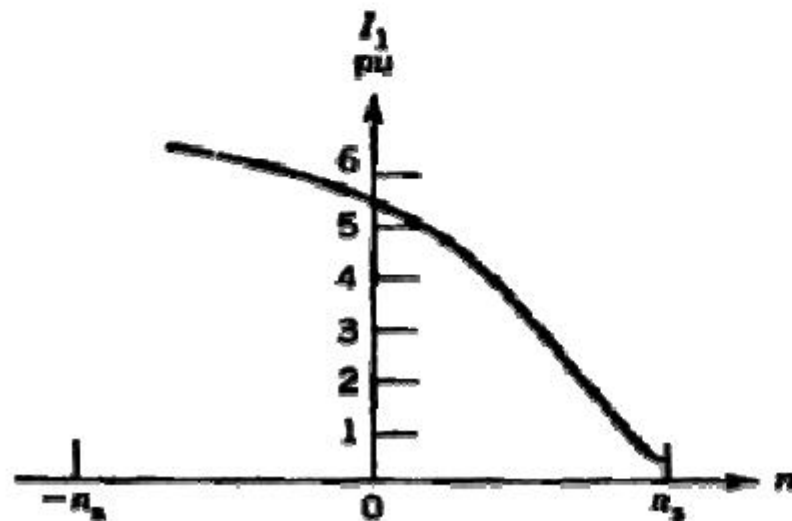
Corrente e Fator de Potência (Estator)



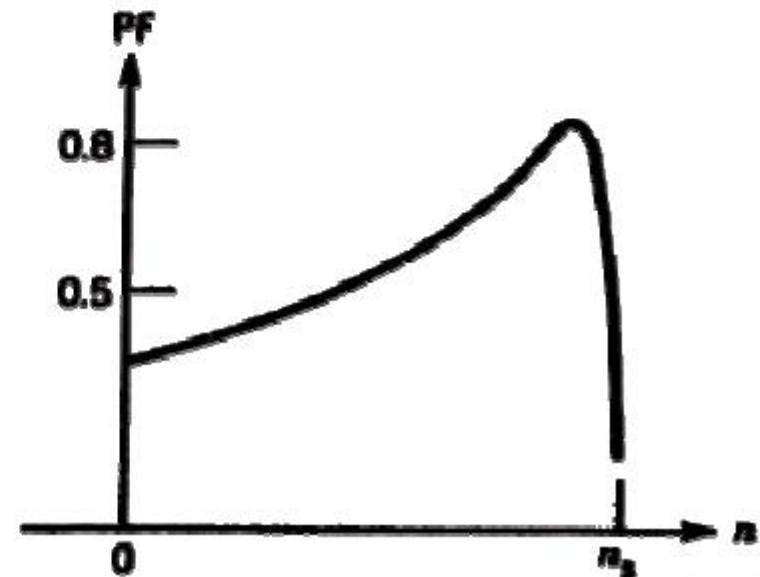
Corrente de Estator

Para $s \rightarrow 0$: $I_1 \rightarrow I_\phi$

Para $s \rightarrow 1$: $I_1 \rightarrow I_2'$

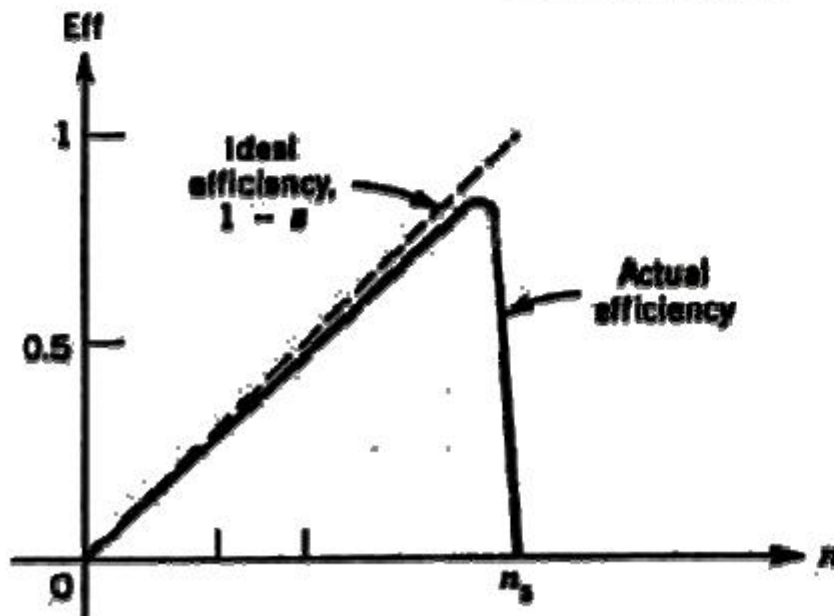
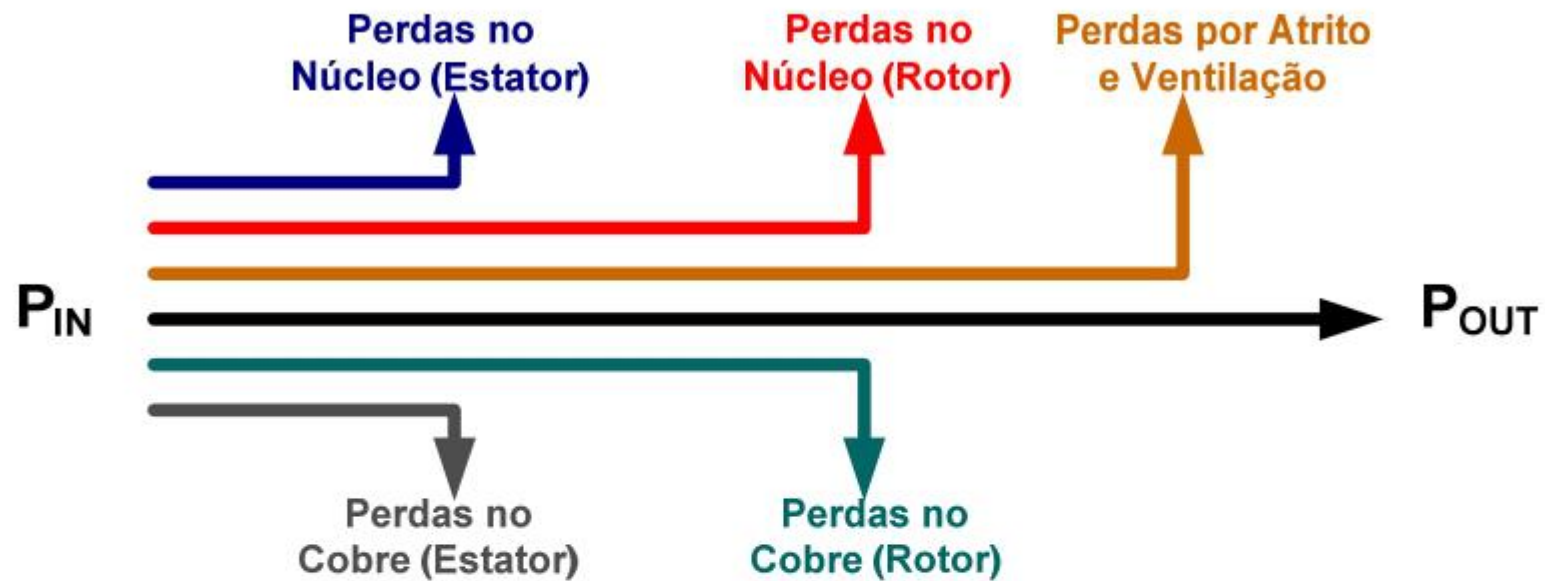


Fator de Potência



U F M G

Eficiência



A eficiência é alta próximo da velocidade síncrona!

Eficiência típica para uma máquina de indução de grande porte é próx. de 95%

Variação da Resistência Rotórica - Máquina de Rotor em Gaiola

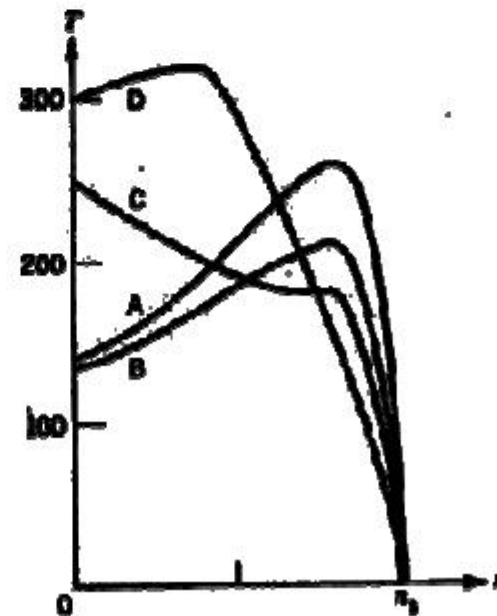
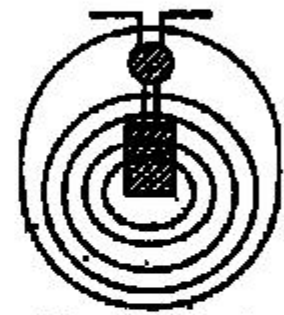
A variação da frequência de rotor em função da velocidade da máquina permite uma variação “automática” da resistência de rotor.

Normalmente se deseja:

- Alto valor para R_2' na partida $\rightarrow$ alto conjugado e baixa corrente
- Baixo valor para R_2' em regime $\rightarrow$ alta eficiência

Construções típicas:

- Rotor com barras profundas
- Rotor com barras duplas



Classes de Projeto das
Máquinas de Indução com
Rotor em Gaiola

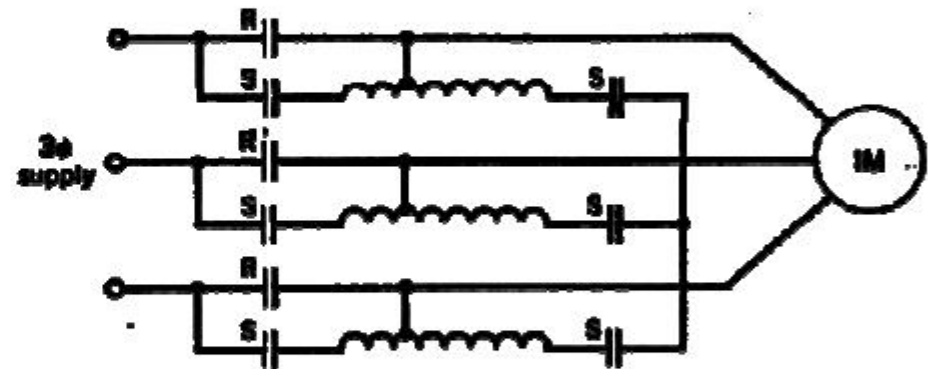
Partida da Máquina de Indução

Máquina com rotor bobinado → normalmente parte com variação da resistência rotórica
 Máquina com rotor em gaiola → correntes 5 – 8 vezes a corrente nominal (partida direta)

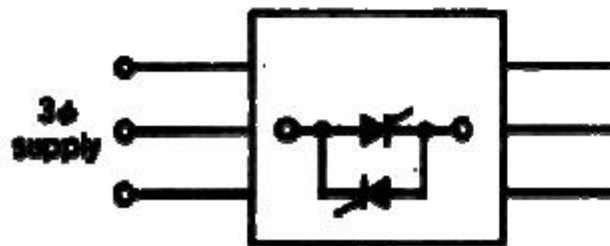
Métodos de partida mais utilizados

- Partida direta
- Partida com transformador abaixador (partida com chave compensadora)
- Partida com chave estrela-triângulo
- Partida com “soft-starter”
- Partida série-paralelo
- Operação com inversor de freqüências

Partida com Transformador



Partida com Soft-starter



Partida Estrela-Triângulo

