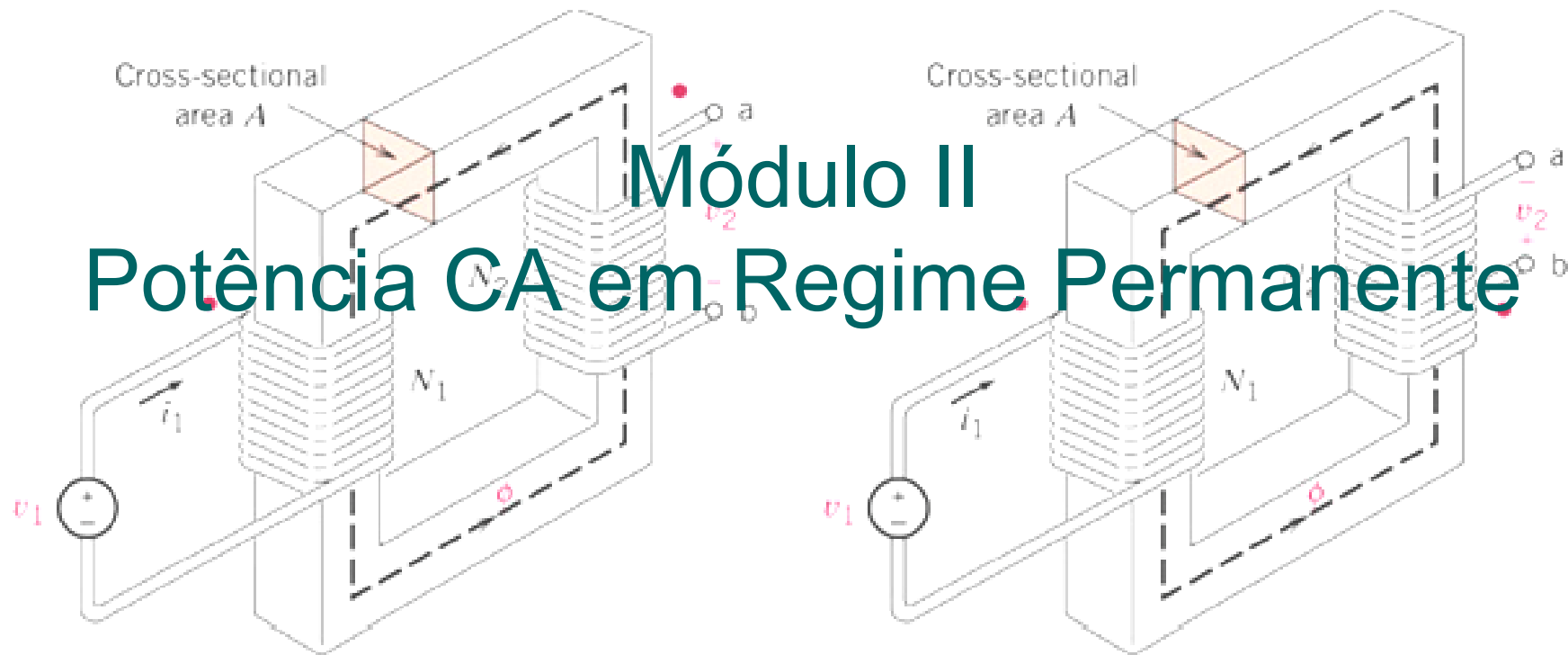


Eletrotécnica

Módulo II Potência CA em Regime Permanente

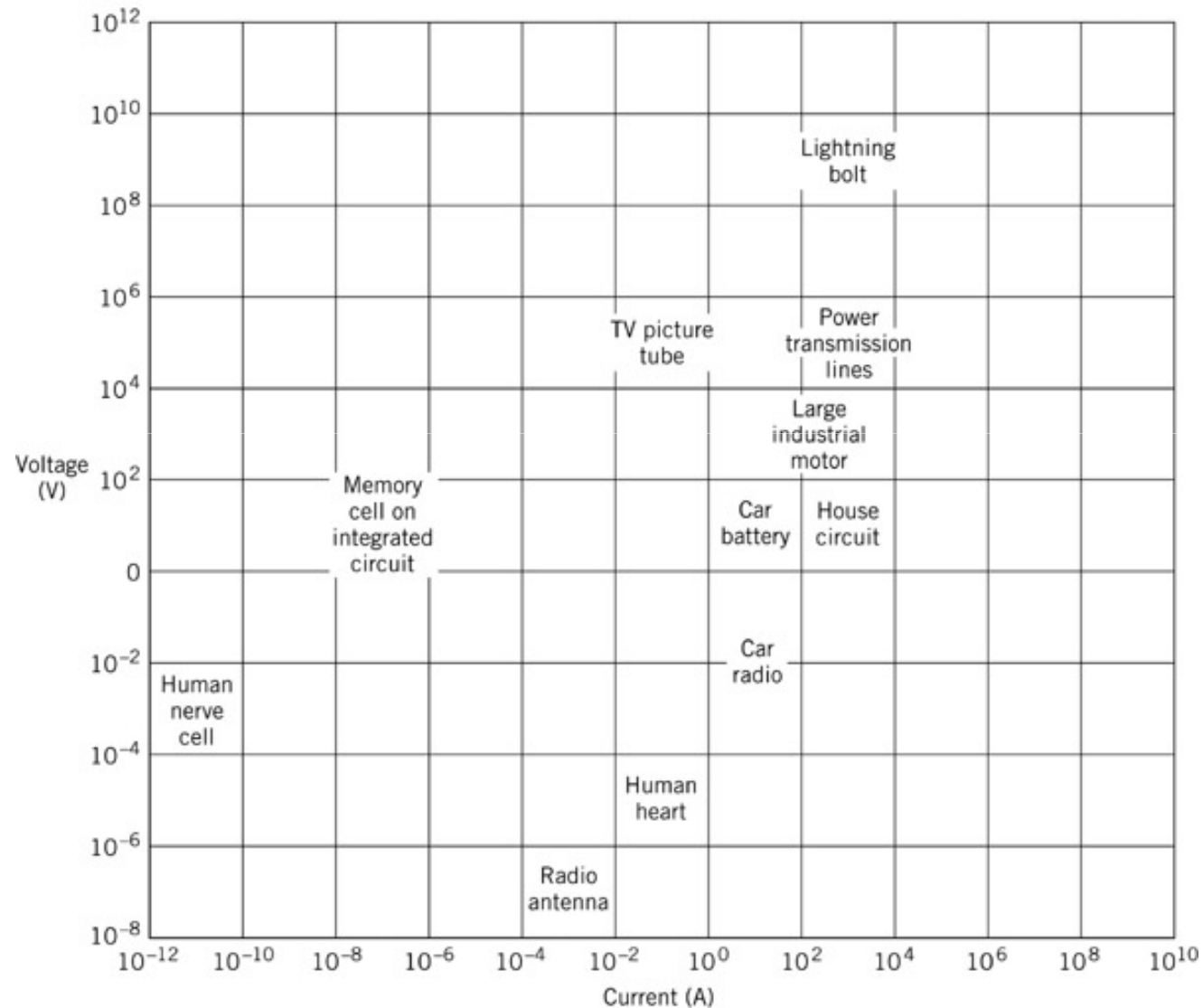


Prof. Sidelmo M. Silva, Dr.

Potência Elétrica

- O progresso da civilização atual está associado à capacidade do homem de controlar e transmitir energia.
- A energia presente no combustível fóssil, nuclear, recursos hídricos, solar, biomassa, etc. pode ser convertida para a forma elétrica e transmitida através de enormes distâncias, até os centros de consumo.

Potência Elétrica – Faixas de Potência



Analogia Entre Sistemas Mecânicos e Elétricos

	Electrical system	Mechanical-translational system	Mechanical-rotational system
ACROSS (effort) variable	Potential difference v	Linear velocity v	Angular velocity ω
THROUGH (flow) variable	Current i	Force F	Torque T
CAPACITANCE (across-type storage)	Capacitance C $i = C \frac{dv}{dt}$	Mass M $F = M \frac{dv}{dt}$	Inertia J $T = J \frac{d\omega}{dt}$
INDUCTANCE (through-type storage)	Inductance L $v = L \frac{di}{dt}$	Translational spring K $v = \frac{1}{K} \frac{dF}{dt}$	Rotational spring K $\omega = \frac{1}{K} \frac{dT}{dt}$
RESISTANCE (dissipation)	Resistance R $v = iR$	Frictional damper C $v = \frac{1}{C} F$	Torsional damper C $\omega = \frac{1}{C} T$

O Que é Potência?

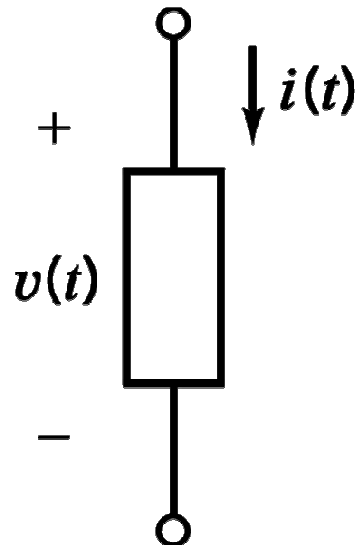
- Produto entre uma variável de esforço e uma variável de fluxo de um dado sistema!

Potência Instantânea e Potência Média

Considere o elemento de circuito mostrado.

Observe a convenção adotada para os sinais de tensão e corrente (convenção para elementos passivos).

A potência instantânea consumida por este elemento é dada por:



$$p(t) = v(t) \cdot i(t)$$

A unidade de potência é W [watts].

Potência Instantânea e Potência Média

Suponha que as grandezas tensão e corrente sejam funções periódicas, com período T , ou seja:

$$v(t + T) = v(t) \quad \text{e} \quad i(t + T) = i(t)$$

Neste caso, a potência instantânea será dada por:

$$p(t) = v(t)i(t) = v(t + T)i(t + T)$$

Podemos obter o valor médio da potência, fazendo:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt$$

$T \rightarrow$ período das funções tensão e corrente
 $t_0 \rightarrow$ tempo inicial arbitrário.

Potência Instantânea e Potência Média

Suponha, agora, que a tensão e a corrente sejam funções senoidais do tipo:

$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v) \quad \text{e} \quad i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$

O período e a frequência dessas grandezas estão relacionados por:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

A potência instantânea será, então, dada por:

$$p(t) = v(t)i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$$

Potência Instantânea e Potência Média

$$p(t) = v(t)i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$$

Usando a identidade trigonométrica

$$2\cos\alpha \cos\beta = \cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta):$$

$$p(t) = \frac{V_m I_m}{2} [\cos(\theta_v - \theta_i) + \cos(2\omega t + \theta_v + \theta_i)]$$

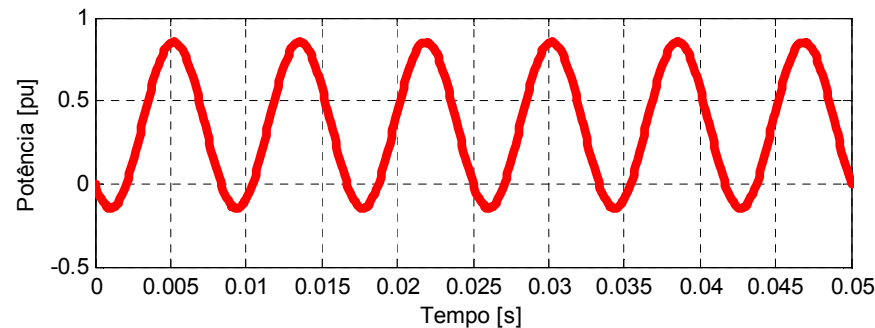
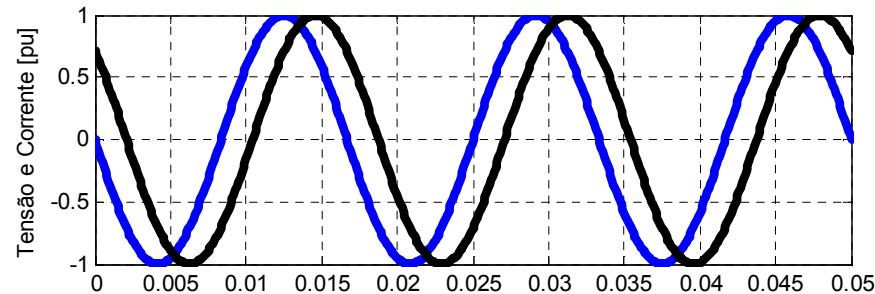
invariante no tempo

variante no tempo

A potência média, neste caso, será:

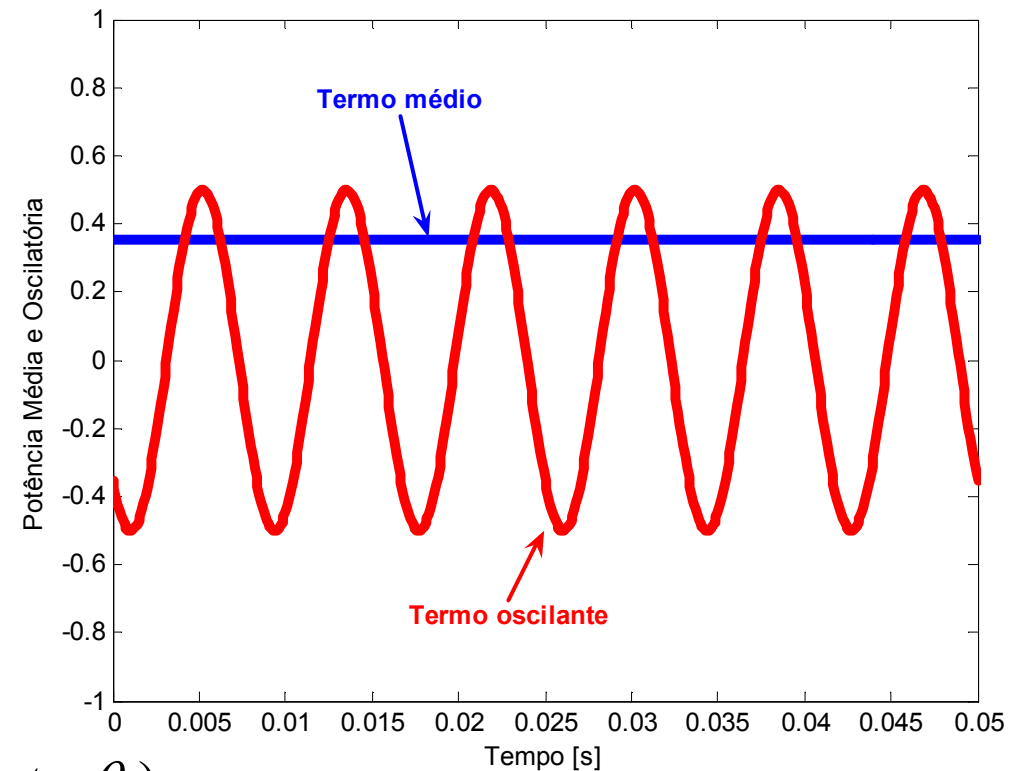
$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} p(t) dt = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_v - \theta_i)$$

Potência Instantânea e Potência Média



$$v(t) = V_m \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \theta_i)$$



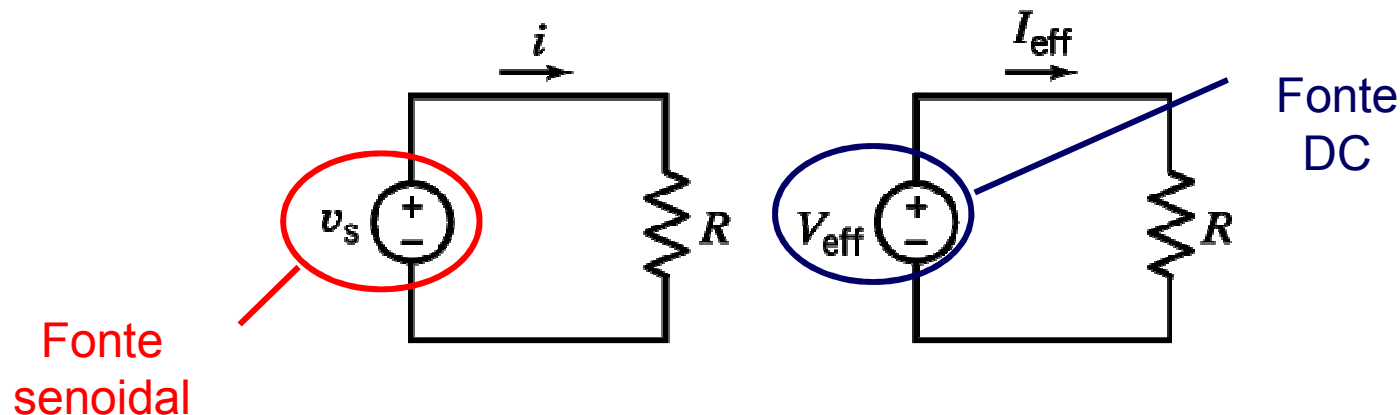
$$p(t) = v(t)i(t) = V_m I_m \cos(\omega t + \theta_v) \cos(\omega t + \theta_i)$$

Valor Eficaz (*rms*) de uma Forma de Onda Periódica

O que significa dizer que a tensão na nossa residência é 127V ou 220V?

O que é o valor eficaz ou *rms* de uma grandeza senoidal?

A definição de valor eficaz advém do desejo de se ter uma potência média entregue por uma fonte senoidal igual à potência entregue por uma fonte DC.



Valor Eficaz (*rms*) de uma Forma de Onda Periódica

A potência média dissipada no resistor para uma corrente senoidal será:

$$P = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2 R dt$$

A potência média dissipada no resistor para uma corrente contínua será:

$$P = I_{ef}^2 R$$

Igualando estas duas equações:

$$I_{ef}^2 R = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2 R dt \quad \Rightarrow \quad I_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} i^2 dt}$$

Valor Eficaz (*rms*) de uma Forma de Onda Periódica

De modo análogo, para tensão, tem-se:

$$V_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} v^2 dt}$$

Considerando, agora, uma grandeza senoidal:

$$I_{ef} = I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} [I_m \cos(\omega t)]^2 dt} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$

Esta relação só é
válida para grandezas
senoidais

Normalmente, em circuitos de potência, nos referimos às grandezas pelo seu valor eficaz. Deste modo, 127V é o valor eficaz da forma de onda de tensão disponível em nossas residências.

Potência Complexa

Sejam os fasores para a tensão e a corrente sobre um determinado elemento, dados por:

$$\mathbf{I} = I_m e^{j\theta_I}$$

$$\mathbf{V} = V_m e^{j\theta_V}$$

A potência complexa entregue ao elemento é definida como:

$$\mathbf{S} = \frac{\mathbf{V}\mathbf{I}^*}{2} = \frac{V_m I_m}{2} e^{j(\theta_V - \theta_I)}$$

Potência Complexa

O valor absoluto da potência complexa é conhecido por potência aparente e é dado por:

$$|S| = \frac{V_m I_m}{2}$$

Se escrevermos a potência complexa na forma retangular, teremos:

$$S = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_V - \theta_I) + j \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_V - \theta_I) = P + jQ$$

$P \rightarrow$ potência média ou potência ativa [W]

$Q \rightarrow$ potência reativa [VAr]

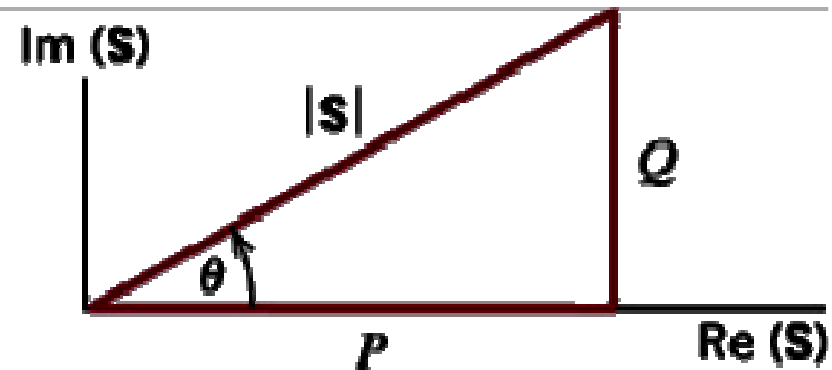
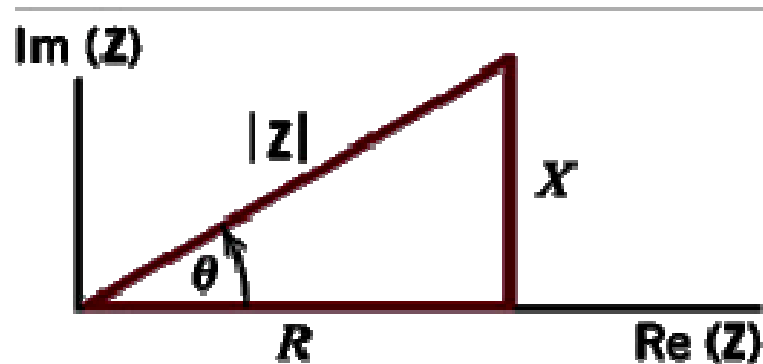
$|S| \rightarrow$ Potência aparente [VA]

Potência Complexa

A impedância em um dado circuito é dada por:

$$\mathbf{Z} = \frac{\mathbf{V}}{\mathbf{I}} = \frac{V_m}{I_m} e^{j(\theta_V - \theta_I)}$$

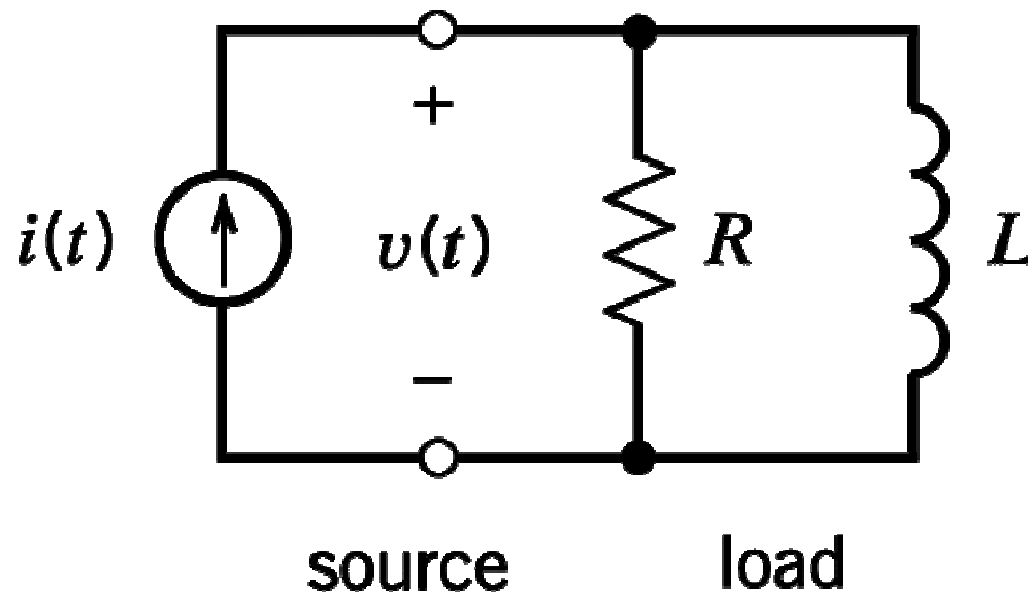
Representando $\mathbf{Z}$ e $\mathbf{S}$ no plano complexo, observamos que os ângulos são iguais.



Potência Complexa

Exemplo:

Para o circuito mostrado, qual é a potência complexa entregue pela fonte quando $R = 20\Omega$, $L = 3H$ e $i(t) = 1,25\cos(5t-15^\circ)$?



Potência Complexa

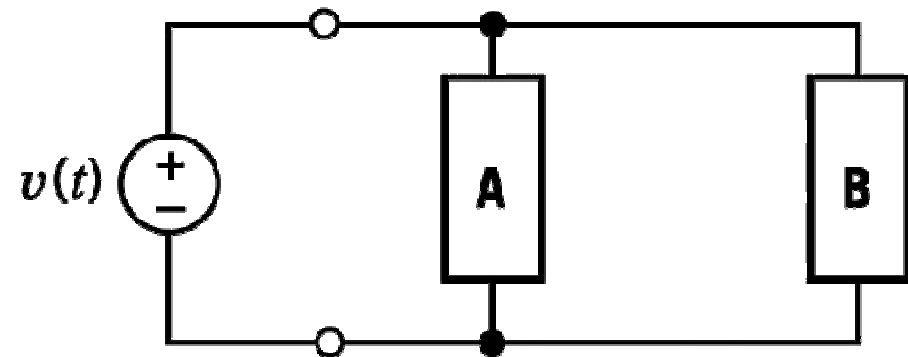
Exemplo:

A figura abaixo mostra uma fonte suprindo uma associação paralela de cargas. Sabe-se que:

$$v(t) = 24\cos(5t + 30^\circ) V$$

$$S_A = 9,216 + j6,912 VA$$

$$Z_B = 42,426e^{j45^\circ} \Omega$$



- (a) – Determine a potência complexa total suprida pela fonte.
- (b) – Determine a impedância equivalente da carga.

Conservação da Potência Complexa

A soma da potência complexa absorvida por todos os elementos em um circuito é zero.

$$\sum_{\text{todos os elementos}} \frac{\mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^*}{2} = 0 \quad \text{ou} \quad \sum_{\text{fontes}} \frac{\mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^*}{2} = \sum_{\text{demais elementos}} \frac{\mathbf{V}_k \mathbf{I}_k^*}{2}$$

Fator de Potência

Conforme mostrado anteriormente, para a tensão e a corrente em um elemento expressas por:

$$\mathbf{I} = I_m e^{j\theta_I}$$

$$\mathbf{V} = V_m e^{j\theta_V}$$

A potência complexa é dada por:

$$\mathbf{S} = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_V - \theta_I) + j \frac{V_m I_m}{2} \sin(\theta_V - \theta_I) = P + jQ$$

Fator de Potência

Neste caso, tem-se:

$$P = \frac{V_m I_m}{2} \cos(\theta_V - \theta_I) \quad \text{e} \quad |S| = \frac{V_m I_m}{2}$$

Define-se o **fator de potência**, a relação:

$$fp = \frac{P}{|S|} = \cos(\theta_V - \theta_I)$$

O ângulo $(\theta_V - \theta_I)$ é chamado de **ângulo do fator de potência**.

Fator de Potência

Na trigonometria, uma vez que $\cos(\theta) = \cos(-\theta)$, tem-se:

$$fp = \cos(\theta_V - \theta_I) = \cos(\theta_I - \theta_V)$$



Deste modo, **não** podemos calcular o ângulo $(\theta_V - \theta_I)$ diretamente do fator de potência, sem informação adicional !!

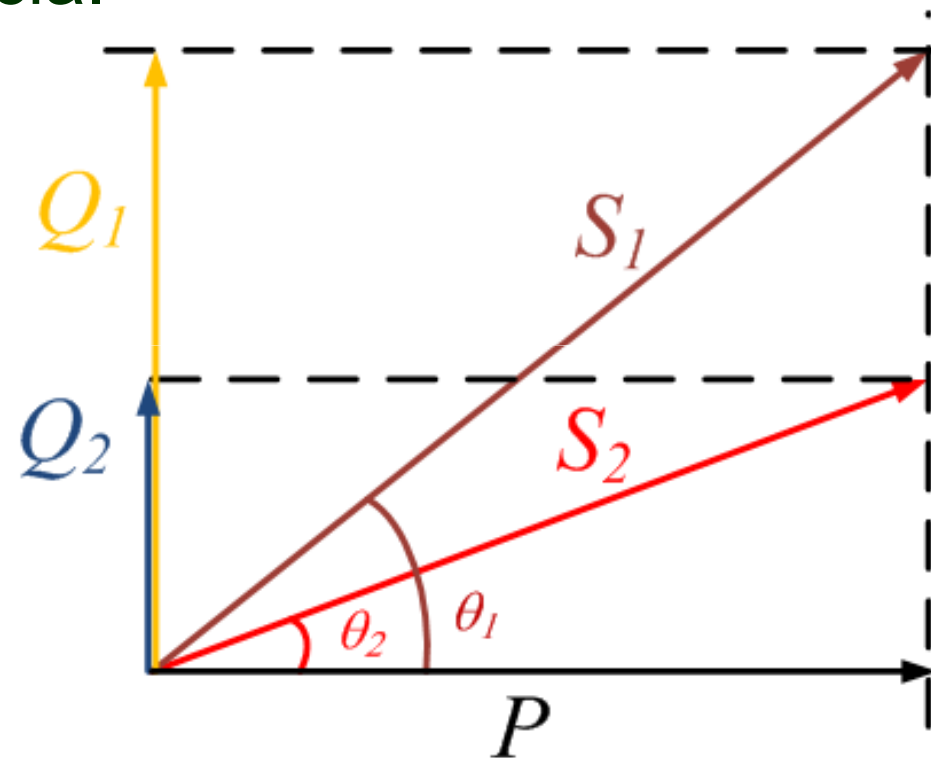
É preciso saber se a corrente está atrasada ou adiantada da tensão.

Para tal, classifica-se o fator de potência como **atrasado/indutivo**

$([\theta_V - \theta_I] > 0)$ ou **adiantado/capacitivo** $([\theta_V - \theta_I] < 0)$.

Fator de Potência

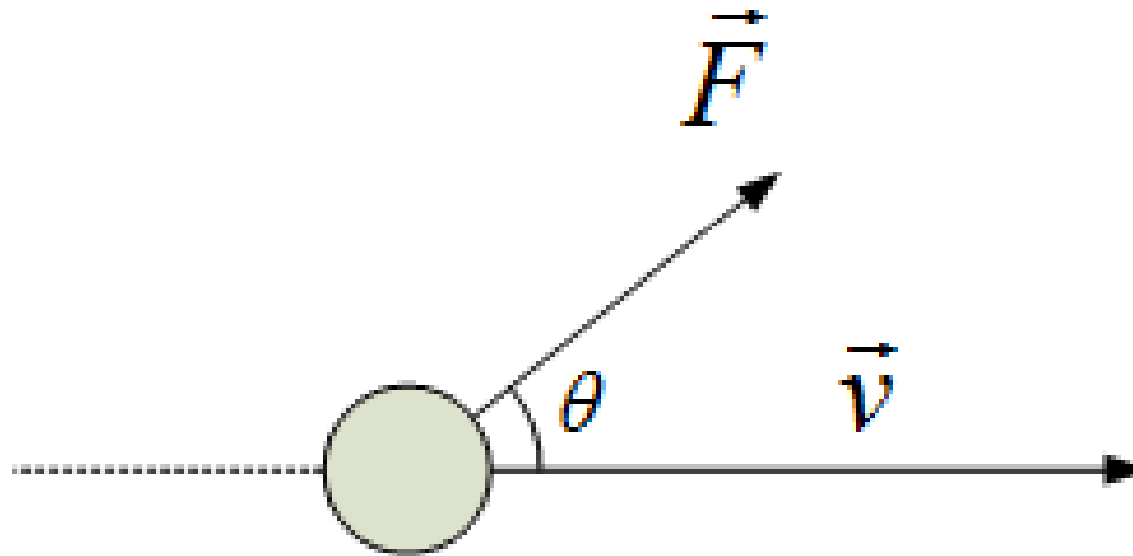
A figura abaixo ilustra o conceito de compensação do fator de potência.



No Brasil, a legislação exige dos clientes industriais um fator de potência entre 0,92 indutivo e 0,92 capacitivo.

Fator de Potência - Analogia

A potência associada ao movimento de uma partícula submetida a uma força $\vec{F}$, deslocando-se a uma velocidade $\vec{v}$ é dada por:

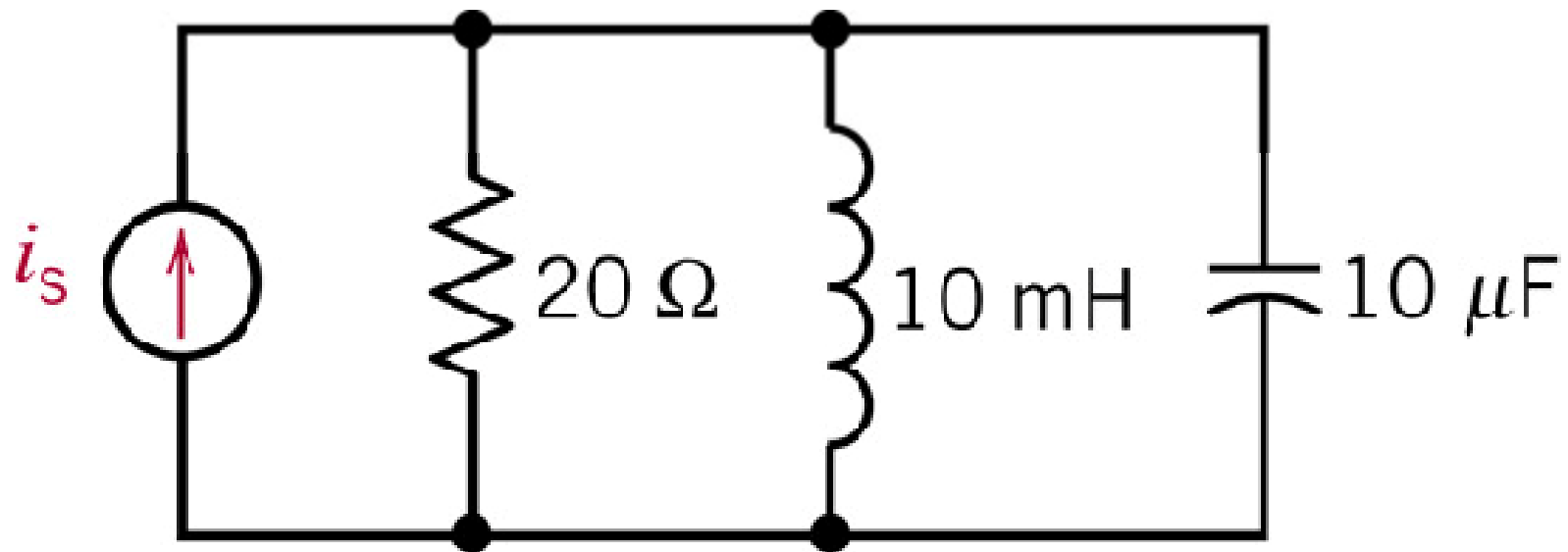


$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

$$|P| = F v \cos \theta$$

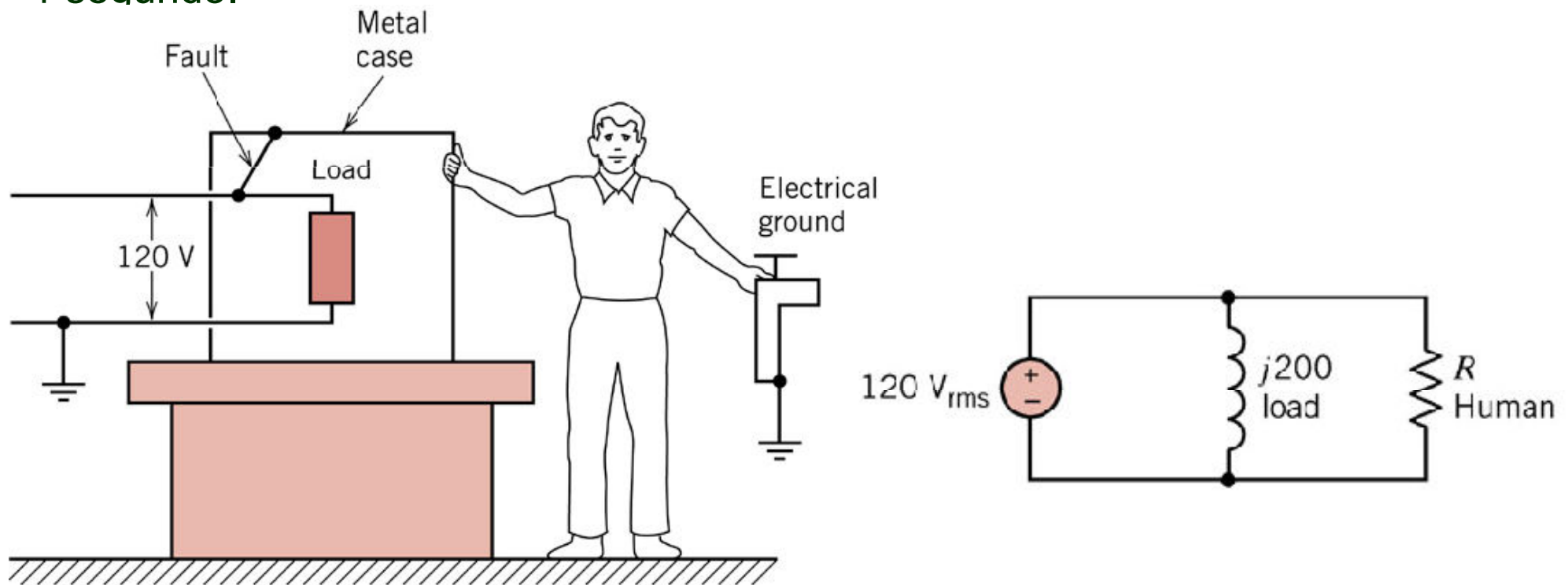
Exercício

Encontre a potência instantânea entregue ao indutor do circuito abaixo, quando $i_s = \cos \omega t$ A e $\omega = 6283 \text{ rad/s}$.



Exercício

As figuras abaixo ilustram a ocorrência de choque elétrico em um trabalhador ao tocar um equipamento sujeito a uma falha interna e o circuito mostra o modelo elétrico que representa a situação. Considerando uma resistência de 200Ω entre as duas mãos do trabalhador, calcule a energia dissipada em seu corpo durante 1 segundo.

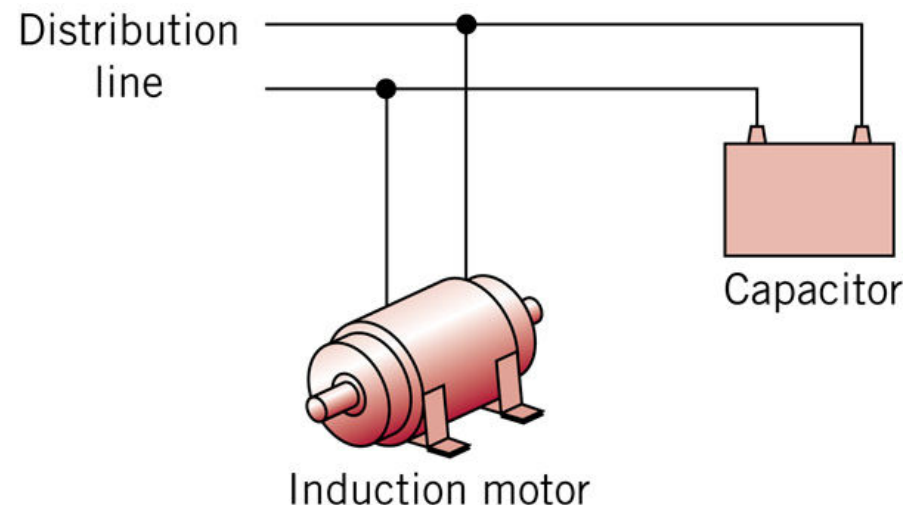


Obs: choques com energia de 30J ou superior são potencialmente perigosos para o ser humano.

Exercício

O motor mostrado desenvolve uma potência de $100kW$, com fator de potência de 0,8 indutivo. Determine:

- (a) – A potência reativa do banco de capacitores para elevar o fator de potência da instalação para 0,95 indutivo.
- (b) - A capacitância do banco de capacitores, considerando a instalação é trifásica, 440V.



Exercício

Duas cargas são conectadas em paralelo e alimentadas por um barramento de $7,2kV$, $60Hz$. A primeira carga é de $50kVA$ ($fp=0,9$ atrasado) e a segunda é de $45kW$ ($fp=0,9$ indutivo).

Determine a potência reativa necessária para corrigir o fator de potência total para $0,97$ atrasado.