

## CAPÍTULO 9

### CAPACITÂNCIAS E CAPACITORES

No estudo de tensão alternada, além da resistência devida aos resistores, aparecem também a capacitância e os capacitores. A capacitância está presente em todos os circuitos reais.

Para se falar em capacitância, deve-se relembrar alguns princípios de campo elétrico.

Neste capítulo, estudaremos a capacitância e os capacitores, avaliando as tensões e correntes alternadas que circulam pelos capacitores. No capítulo 10, estudaremos os circuitos de tensão alternada com resistências, indutâncias e capacitâncias.

#### 9.1 CAMPO ELÉTRICO

Quando se aplica uma tensão contínua entre duas placas paralelas, como mostrado na Fig. 9.1, as placas irão se polarizar.

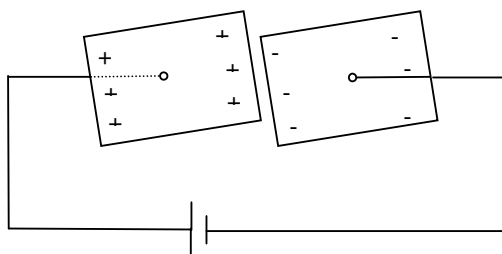


Fig. 9.1 – Placas paralelas com uma tensão contínua aplicada

A placa da esquerda ficará com uma carga positiva, devido ao pólo positivo da fonte estar conectado na mesma, e a placa da direita ficará com uma carga negativa devido ao pólo negativo da fonte estar conectado nesta. Entre as duas placas aparecerá um campo elétrico, como mostrado no capítulo 4.

#### 9.2 CAPACITÂNCIA

Na Fig. 9.1, uma quantidade de energia elétrica da fonte será transferida para o campo elétrico. A quantidade de energia é dada por:

$$E = \frac{1}{2} CV^2, \quad (9.1)$$

onde  $E$  é a quantidade de energia em joules,  $C$  é uma constante denominada de *capacitância*, com unidade em farads [F], e  $V$  a tensão aplicada entre as placas, em volts.

Pode-se notar nessa equação que se  $C$  é grande, então a quantidade de energia armazenada no campo elétrico também será grande. Se  $C$  é pequeno, a quantidade de energia será pequena. Então, poderíamos dizer que capacitância é uma medida da capacidade de se armazenar energia no campo elétrico. Ela pode ser calculada por:

$$C = \frac{Q}{V} \quad (9.2)$$

ou

$$C = \epsilon \frac{A}{d}, \quad (9.3)$$

onde a capacitância  $C$  continua sendo dada em farads [F];  $Q$  é a carga em cada placa (dada em coulombs);  $V$  continua sendo a tensão aplicada entre as duas placas (em volts);  $\epsilon$  é uma constante de proporcionalidade, denominada de *permissividade* do meio entre as duas placas;  $A$  é a área de cada placa (dada em  $m^2$ ) e  $d$  é a distância entre as placas (dada em metros). Se substituirmos o ar entre as placas por algum material elétrico isolante (também denominado de *meio dielétrico*), como mostrado na Fig. 9.2, conseqüentemente, pelas equações 9.3 e 9.1, a capacitância irá se alterar e também a energia armazenada.

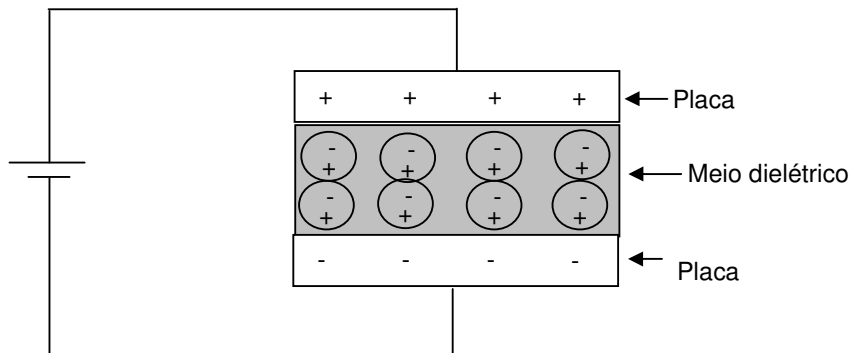


Fig. 9.2 - Meio dielétrico entre duas placas paralelas

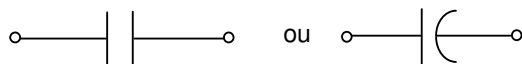
A permissividade de um meio dielétrico tem como unidade farads por metro [F/m]. O vácuo tem uma permissividade  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$  F/m. A permissividade de outros meios sempre se refere à permissividade do vácuo por um fator denominado de *permissividade relativa*, cujo símbolo é  $\epsilon_r$ . A permissividade do meio é dada por  $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ . A tabela I apresenta a permissividade relativa de alguns materiais.

**Tab. I - Permeabilidade relativa de alguns materiais**

| Substância       | $\epsilon_r$ |
|------------------|--------------|
| Ar               | 1,0006       |
| Óleo mineral     | 2,2-2,3      |
| Papel parafinado | 2,5          |
| Mica             | 4-8          |
| Vidro            | 5-8          |
| Porcelana        | 5-6          |

### 9.3 CAPACITOR

O capacitor é um componente designado especificamente para ter capacitância. Ele pode ser constituído por duas placas paralelas separadas por um meio dielétrico. Os símbolos mais usados para representá-lo são:



O 2º. símbolo será usado neste e nos próximos capítulos.

### 9.4 1ª. e 2ª. LEIS DE KIRCHHOFF

Seja o circuito da Figura 9.3a. Em um dado instante, tem-se uma elevação de tensão na fonte de tensão  $\dot{V}_f$  e uma queda de tensão  $V_L$  no capacitor de capacitância  $C$ . Da mesma forma, no circuito da Figura 9.3b, tem-se uma elevação de tensão na fonte de tensão  $\dot{V}_f$  e quedas de tensão  $V_{C1}$ ,  $V_{C2}$  e  $V_{C3}$  nos indutores de indutâncias  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ .

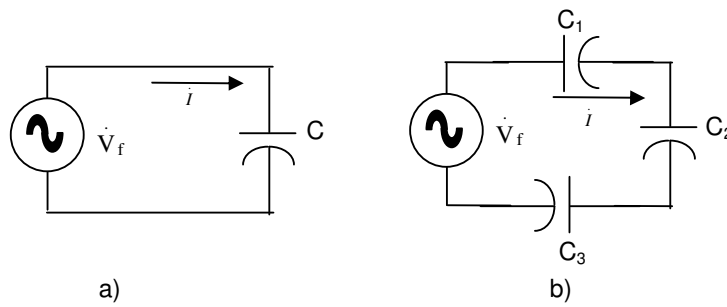


Figura 9.3 – circuitos simples com indutância

Em um circuito com capacitores, as leis de Kirchhoff continuam valendo. Assim, para a 1ª. lei de Kirchhoff,

$$\sum_{i=1}^{i=n} \dot{V}_i = \sum_{j=1}^{j=m} \dot{V}_j, \quad (9.5)$$

sendo n o número de elevações de potencial dentro de um caminho fechado de um circuito e m o número de quedas de tensão. A 2ª. lei de Kirchhoff é

$$\sum_{i=1}^{i=n} \dot{I}_i = \sum_{j=1}^{j=m} \dot{I}_j, \quad (9.6)$$

sendo n o número de correntes entrando no nó e m o número de correntes saindo do mesmo.

## 9.5 CAPACITÂNCIAS EQUIVALENTES

### 9.5.1 CIRCUITO SÉRIE

Seja o circuito da Figura 9.4a, onde se tem uma fonte de tensão alternada alimentando três capacitores ligados em série. Pela equação 9.5, tem-se

$$\dot{V}_f = \dot{V}_{L1} + \dot{V}_{L2} + \dot{V}_{L3}.$$

Como

$$v_{C1} = \frac{Q}{C_1}, \quad v_{C2} = \frac{Q}{C_2}, \quad v_{C3} = \frac{Q}{C_3} \quad \text{e} \quad v_{Ceq} = \frac{Q}{C_{eq}},$$

então

$$\frac{Q}{C_{eq}} = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3}$$

ou

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}.$$

Assim, o inverso da capacitância equivalente de um conjunto de capacitores ligados em série é igual a soma dos inversos das capacitâncias dos capacitores. Este equivalente é igual ao equivalente de resistores em paralelo.

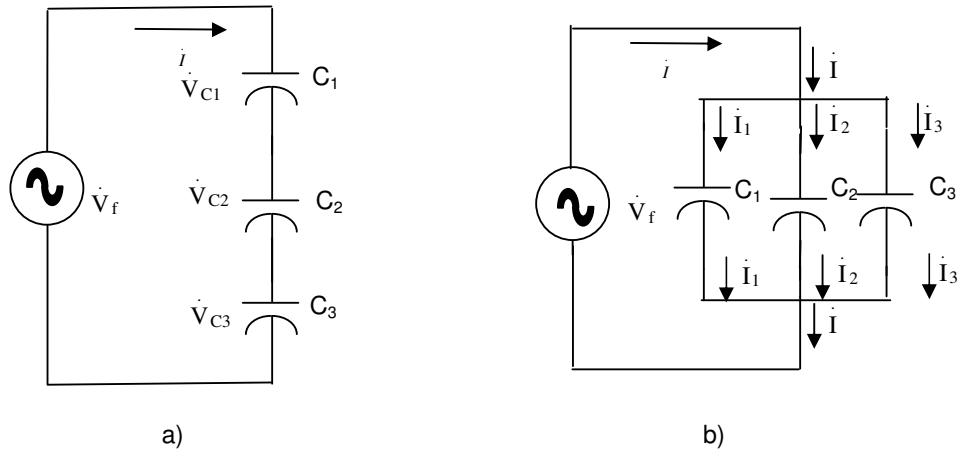


Figura 9.4 – Capacitores ligados em série em paralelo.

### 9.5.2 CIRCUITO PARALELO

No circuito da Figura 9.4b, tem uma fonte de tensão alternada alimentando três capacitores ligados em paralelo. A carga total nos três capacitores é igual a

$$Q_{Total} = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

Mas

$$Q_1 = C_1 v_f, Q_2 = C_2 v_f, Q_3 = C_3 v_f \text{ e } Q_{total} = C_{eq} v_f,$$

então

$$C_{eq} v_f = C_1 v_f + C_2 v_f + C_3 v_f.$$

ou

$$C_{eq} v_f = (C_1 + C_2 + C_3) v_f.$$

ou

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3$$

Assim, a capacitância equivalente de um conjunto de capacitores ligados em paralelo é igual a soma das capacitâncias desses capacitores. Este equivalente é igual ao equivalente de resistores em paralelo.

### 9.6 LEI DE OHM

Quando se aplica uma tensão alternada em um capacitor, que tem uma capacitância  $C$ , a equação (7.7) continua valendo. Essa equação é:

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}}{\dot{Z}}, \quad (7.7)$$

onde  $\dot{I}$  e  $\dot{V}$  são a corrente e a tensão com anotações fasoriais, e  $\dot{Z}$  é um número complexo que representa a impedância. Este  $\dot{Z}$  tem, na parte imaginária, o valor negativo da reatância, que é calculada como:

$$X_c = \frac{1}{\omega C}, \quad (9.4)$$

onde  $\omega = 2\pi f$  e  $X_C$  é a reatância capacitiva dada em ohm  $[\Omega]$ . No circuito da Fig. 9.3a, tem-se  $R = 0$ ,  $X_C = 1/\omega C = 1/2\pi f C$ ,  $\dot{Z} = R - jX_C = 0 - jX_C = X_C \angle -90^\circ$ . Então, a corrente no capacitor será:  $\dot{I} = \dot{V} / \dot{Z} = V \angle \alpha / X_C \angle -90^\circ = (V/X_C) \angle \alpha + 90^\circ$ . Se  $\alpha = 0^\circ$ , as ondas de tensão e corrente no capacitor têm as formas apresentadas na Fig. 9.3b. Pode-se notar que para  $t = 0^\circ$ , a onda de tensão tem um valor zero e a onda de corrente um valor máximo positivo. Quando  $t = 90^\circ$ , a onda de tensão tem um valor máximo positivo e a onda de corrente um valor zero. Então a onda de corrente está adiantada (defasada) de  $90^\circ$  da onda de tensão.

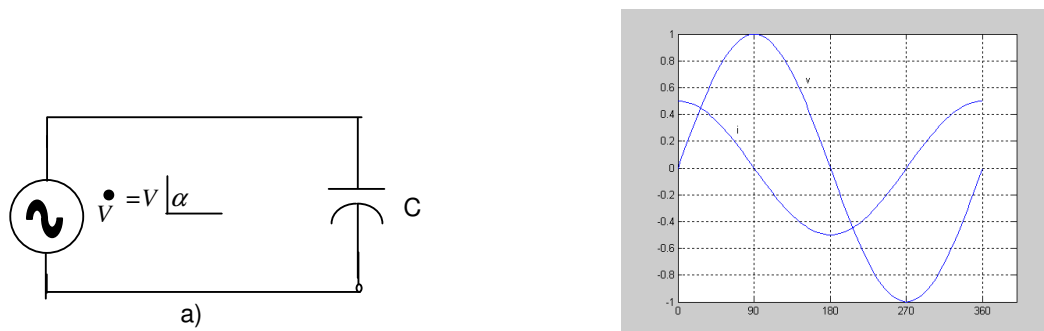


Fig. 9.3 – Tensão e corrente em um capacitor

## 9.7 CÁLCULO DE CORRENTE E QUEDAS DE TENSÃO EM CIRCUITOS SÉRIE-PARALELOS

O cálculo de corrente e quedas de tensão em circuitos série, paralelo ou série-paralelo de tensão alternada com capacitores é igual ao cálculo de corrente e quedas de tensão dos circuitos em tensão alternada com resistores, transformando as capacitâncias em reatâncias e as considerando-as com valor negativo na parte imaginária das impedâncias.

A impedância equivalente de conjuntos série ou paralelo de impedâncias é feito da mesma forma que se faz com resistência, porém usando números complexos.

Para duas impedâncias em série tem-se  $\dot{Z}_{eq} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_2$ . Para duas impedâncias em paralelo tem-se  $\dot{Z}_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{\dot{Z}_1} + \frac{1}{\dot{Z}_2}}$ .

## 9.8 POTÊNCIA EM CAPACITORES

A potência em capacitores ou cargas capacitivas puras pode ser determinada das formas seguintes:

- usando a corrente na forma fasorial

$$Q = -X_C \dot{I} \dot{I}^* \quad (9.7)$$

- usando o módulo da corrente

$$Q = -X_C I^2. \quad (9.8)$$

Essas equações são iguais as equações de cálculo de potência em resistências, com as

modificações de  $Q$  no lugar de  $P$  e  $X_C$  no lugar de  $R$ .

A potência  $Q$  em um capacitor é denominada de *potência reativa* e tem como unidade o VAR.

Instantaneamente, enquanto que em um circuito puramente resistivo, a potência  $P$  (denominada de *potência dissipada*, *potência joulica*, *potência ativa*, e tem como unidade o W) sai do circuito através de uma transformação de energia elétrica em energia térmica, luminosa ou mecânica (ver Fig. 9.4a.), a potência reativa  $Q$  circula pelo circuito puramente capacitivo e não sai desse circuito (ver Fig. 9.4b). Em certos momentos, a potência é positiva e em outros momentos é negativa. Isto significa que nos momentos de  $Q$  positiva, a energia elétrica entra no capacitor e é armazenada no campo elétrico do capacitor, e, nos momentos negativos, essa energia elétrica retorna ao circuito.

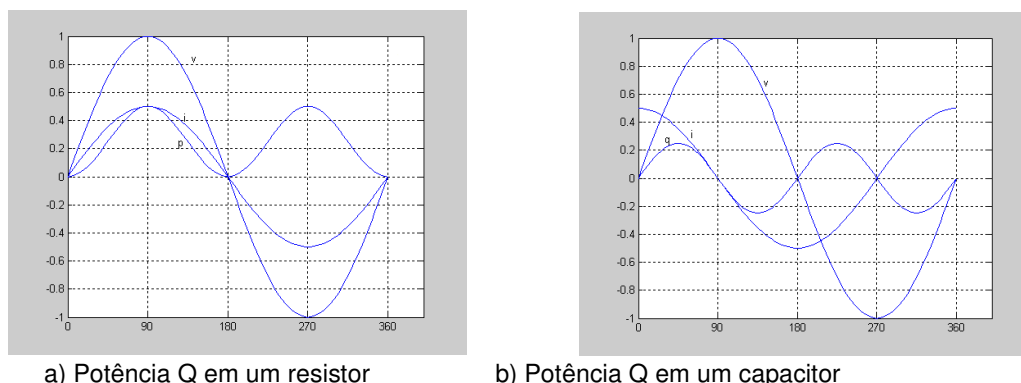


Fig. 9.4

### Problemas Propostos

**9.1** Provar que a reatância capacitiva em um capacitor puro é  $1/\omega C$ .

**9.2** Provar que a reatância equivalente total de um conjunto série de reatâncias capacitivas é igual à soma das reatâncias capacitivas.

**9.3** Provar que o inverso da reatância equivalente total de um conjunto paralelo de reatâncias capacitivas é igual a soma dos inversos das reatâncias capacitivas.

**9.4** Provar que a impedância equivalente total de um conjunto série de impedâncias é igual à soma das impedâncias.

**9.5** Provar que o inverso da impedância equivalente total de um conjunto paralelo de impedâncias é igual a soma dos inversos das impedâncias.

**9.6** Seja  $f = 60\text{Hz}$ . Achar os equivalentes de indutância, reatância capacitiva e impedância na Figura 9.5a.

**9.7** Repetir os cálculos de equivalentes de reatância capacitiva e impedância no problema 9.6 para  $f = 300\text{ Hz}$  e comparar os valores, observando o que aconteceu com o aumento de cinco vezes o valor da frequência inicial.

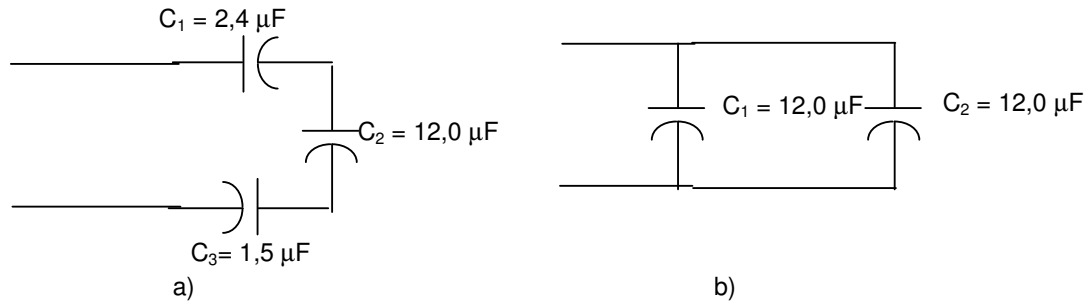


Figura 9.5 – circuitos dos Problemas 9.6, 9.7, 9.8 e 9.9

**9.8** Seja  $f = 60\text{Hz}$ . Achar os equivalentes de indutância, reatância indutiva e impedância na Figura 9.5b.

**9.9** Repetir os cálculos de equivalentes de reatância indutiva e impedância no problema 9.6 para  $f = 300\text{ Hz}$  e comparar os valores, observando o que aconteceu com o aumento de cinco vezes o valor da frequência inicial.

**9.10** Seja  $f = 60\text{Hz}$ . Achar os equivalentes de indutância, reatância indutiva e impedância na Figura 9.6.

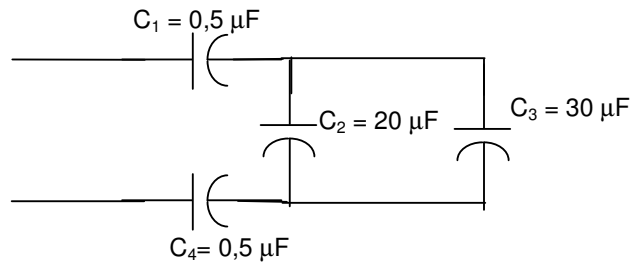


Figura 9.6 – circuito do Problema 9.10

**9.11** Seja o circuito da Figura 9.7. Determinar para  $f = 60\text{ Hz}$ :

- a – a impedância equivalente total do circuito;
- b – a corrente que sai da fonte de tensão;

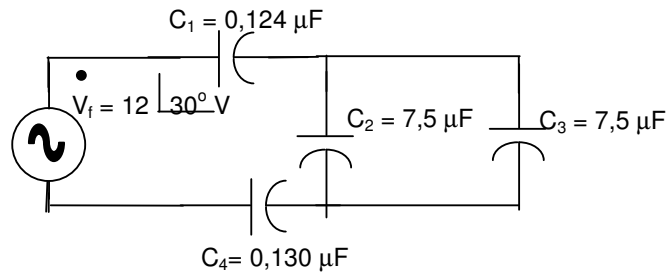


Figura 9.7 – circuito do Problema 9.11

**9.12** Para o mesmo circuito da Figura 9.7, determinar para a mesma frequência:

- a – a queda de tensão, a corrente e a potência reativa em  $C_2$ .
- b – a potência total que sai e volta à fonte.

## ***Respostas***

**9.6**

**9.7**

**9.8**

**9.9**

**9.10**

**9.11**

**9.12**

## REFERÊNCIAS.

- [1] J. O' Malley, *Análise de Circuitos*, 2a. edição, Schaum McGraw-Hill.
- [2] R. A. Bartkowiak, *Circuitos Elétricos*, Makron Books do Brasil Editora Ltda, 1994.
- [3] Resnick, Halliday e Krane, *Física 3*, 4ª. edição, 1996.
- [4] B. L. Goodlet, *Eletroctecnica Fundamental*, José Montesó, 1961.